Universidad Academia de Humanismo Cristiano

Escuela Pedagogía en Educación Media

Facultad de Pedagogía

Formación Pedagógica en Enseñanza Media para Profesionales

EVALUACIÓN DEL USO DE GEOGEBRA EN EL APRENDIZAJE DEL CONCEPTO DE FUNCIÓN CUADRÁTICA.

Estudiantes: Dixon Javier Marín Pizarro

Adriana Carolina Nieves Quinteros

Katherinne Ivonne Rivas Zumaran

Profesor Guía: Eduardo Ravanal Moreno

Titulo o grado al que se opta: Profesor/a de Enseñanza Media con Mención en Matemática

Santiago, Agosto de 2022

UNIVERSIDAD ACADEMIA DE HUMANISMO CRISTIANO

RESUMEN

El presente trabajo de investigación consiste en la aplicación del software GeoGebra en un curso de estudiantes de 2° medio dentro del contenido de las funciones cuadráticas. La necesidad surge a partir del creciente desarrollo de las tecnologías de la información en el mundo actual y su aplicabilidad que éstas tienen en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Para ello, el trabajo se enmarca en la hipótesis de que el software GeoGebra impacta positivamente en el aprendizaje de las funciones cuadráticas, debido a su rol interactivo y dinámico en un contenido que generalmente es difícil de asimilar por los estudiantes, dada la complejidad algebraica y de propiedades que posee la función cuadrática, cuando su nivel anterior son las funciones lineales. El salto entonces, entre estos contenidos, tiende a ser complicado y se hace necesario recurrir a herramientas que puedan facilitar dicho aprendizaje e incluso detectar o intervenir en las concepciones alternativas que ellos poseen.

Dicho esto, se generan dos instrumentos similares en cuanto a su composición y se aplican a un mismo curso en dos momentos distintos: el primero antes de hacer uso de GeoGebra y el otro después de enseñar con GeoGebra, de tal manera de poder evidenciar en qué medida este software impacta en el aprendizaje de las funciones cuadráticas, según el objetivo de aprendizaje propuesto por las bases curriculares. Los resultados finales evidencian un aprendizaje significativo, mejorar sus promedios en cada actividad con una significancia menor a 0.001, aplicando una prueba T de Student a las muestras.

UNIVERSIDAD ACADEMIA DE HUMANISMO CRISTIANO

ABSTRACT

This investigation research consists in the implementation of GeoGebra software in a 2^{nd} grade of secondary school within the content quadratic functions. The necessity arises upon the growing development of information technologies in the currently world and their applicability which they have in the learning and teaching of math.

For this, the research is framed in the hypothesis that the GeoGebra software has a positive impact on the learning of quadratic functions, due to its interactive and dynamic role in a content that is generally difficult for students to assimilate, given the algebraic complexity and of properties that the quadratic function possesses, when its previous level is the linear functions. The 'jump' then, between these contents, tends to be complicated and it is necessary to resort to tools which can facilitate the learning even detect or intervene in the alternative conceptions that they possess.

That said, two similar instruments are generated in terms of their composition and are applied to the same course at two different times: the first before using GeoGebra and the other after teaching with GeoGebra, in such a way as to be able to show in what extent this software impacts the learning of quadratic functions, according to the learning objective proposed by the curricular bases. The final results show significant learning, improving their averages in each activity with a significance of less than 0.001, applying a T-Student test to the samples.

Índice

1. INTRODUCCIÓN

Nuestro trabajo forma parte de una investigación grupal y surge por la necesidad de integrar a nuestra labor docente GeoGebra como herramienta tecnológica para el estudio de funciones cuadráticas.

En la actualidad las tecnologías se encuentran alrededor nuestro y debemos darle un adecuado uso en el área de la educación matemática, así, potenciar los conocimientos adquiridos previamente, dado que nos da la posibilidad de manejar dinámicamente los objetos matemáticos en esquemas interactivos, abriendo espacios para que el estudiante pueda desenvolverse en un entorno en el cual se siente cómodo y a la vez, puedan manipular directamente los objetos matemáticos dentro de un ambiente de exploración, dándole la oportunidad de autonomía. (Gómez, 1997)

Antes, los procesos de enseñanza se daban en base a la relación entre el profesorado y el estudiantado, donde la única fuente de información verídica era la de los docentes y un texto, propio del modelo tradicional. Nuestro universo actual, es mucho más amplio, aún sigue existiendo la relación docente-estudiante, pero la complementamos con las tecnologías que son una fuente importante de información y el rol del docente es organizar este aprendizaje (Gómez, 1997), avanzando a una educación que va sufriendo cambios, dejando el modo de enseñar tradicional o formal, muchas veces obsoleto, de lado (Veloso, 2012). La generación de estudiantes de hoy, son nativos digitales, por eso, debemos aprovechar GeoGebra como herramienta tecnológica de uso permanente para enseñar funciones cuadráticas de manera atractiva. Puede ser utilizada como recursos didácticos por los docentes ya que permite entregar información relevante, ejercitar habilidades, motivar y ayudar a los estudiantes a desarrollar otras capacidades como la creatividad y la iniciativa personal (Ruiz, 2021).

En la práctica en matemáticas, una de las dificultades que tienen los estudiantes para aprender funciones cuadráticas, es el hecho que no son capaces de vincular una expresión algebraica con su representación gráfica, la cual, es una curva o parábola, aún cuando previamente en cursos anteriores se les enseña a graficar funciones lineales. En segundo medio se espera que los estudiantes descubran el cambio cuadrático y puedan compararlo con la función lineal (Mineduc, 2016). Otro de los errores frecuentes investigados son que no saben ubicar puntos en el plano cartesiano, confunden las abscisas de las ordenadas, errores de contenidos y procedimientos (Alpízar et al. 2018). Desde ahí, la importancia de romper con los paradigmas que las matemáticas son difíciles y que no se entienden, razón por la cual los docentes deben desarrollar concepciones alternativas, mostrándoles a nuestros estudiantes otras formas de aprender, en términos prácticos utilizar GeoGebra como una herramienta fundamental, cuyo potencial deriva de la gran capacidad de visualizar conceptos matemáticos como es la gráfica de funciones. Al tener estas prácticas educativas se favorece el aprendizaje cooperativo y autodidacta de cada estudiante, además de ejercitar simulaciones, ofrece un entorno para la observación, exploración y la experimentación (Álvarez et al. 2020). Por eso, esta investigación destaca el impacto que el uso de GeoGebra genera para el entendimiento de las funciones cuadráticas en estudiantes de enseñanza media, por medio de datos cuantitativos vistos en los resultados obtenidos estadísticamente.

2. MARCO TEÓRICO

2.1. Concepciones alternativas en enseñanza y aprendizaje de matemáticas.

Generalmente matemáticas ha sido una de las asignaturas de mayor importancia en educación y de manera transversal, en cualquier etapa escolar, por ser una de las formas más antiguas que utiliza el hombre para interpretar el mundo (Orrantia, 2006). Enseñar matemáticas en el colegio es un proceso orientado a desarrollar progresivamente el pensamiento lógico y coherente de los estudiantes (Mineduc, 2016). Algunos piensan que sólo es la resolución de problemas y fórmulas y consideran que no la van a aplicar en su vida adulta. Sin embargo, están presentes en nuestra vida diaria, se usan como una herramienta esencial en muchos campos, entre los que se encuentran las ciencias naturales, la ingeniería, la medicina y las ciencias sociales, e incluso disciplinas que, aparentemente, no están vinculadas con ella, como la música.

Este trabajo está enfocado en el concepto matemático de funciones cuadráticas y sus representaciones gráficas y cómo los estudiantes adquieren este contenido y porqué le es tan difícil de aprender (Díaz et al. 2013). Es por esto que la investigación realizada, busca concepciones alternativas para que el docente pueda enseñar de una manera más adecuada según cómo piensan los estudiantes y así conseguir un aprendizaje significativo sobre el tema. Si bien es cierto que los profesores asumen que los estudiantes son capaces de representar gráficas e interpretarlas, pero la experiencia nos dice lo contrario, otros estudios han demostrado que no pueden usar las gráficas para comunicar o extraer información (Wainer, 1992), y que otros no pueden aplicar lo aprendido sobre gráficas en otras asignaturas como física (Mc Dermot et al. 1987).

Las diferentes estrategias de enseñanza, utilización de teorías didácticas, son importantes, pero lo relevante es que el estudiantado comprenda el concepto matemático y para lograr aquello debemos transformar nuestra forma de enseñar, dejando de lado la forma tradicional (Veloso, 2012), por tanto, la invitación es ser ejecutores de cambios. Pozo (2006) afirma que cambiar la educación requiere, entre otras muchas cosas, transformar las representaciones que profesores y estudiantes tienen sobre el aprendizaje y la enseñanza. En concreto se espera que el estudiantado finalmente pueda vincular una función cuadrática representada de manera algebraica y que tenga sentido su gráfica. Es por esto que debemos utilizar concepciones alternativas.

En relación a las concepciones alternativas como fenómeno científico, Pozo et al. (1987) asegura que, las concepciones espontáneas tienen su origen en la actividad cotidiana de las personas. Surgen en la interacción espontánea con el entorno cotidiano y sirven, ante todo, para predecir la conducta de ese entorno. Llevado a un contexto familiar para nuestros estudiantes como son las tecnologías, proponemos la utilización de GeoGebra como la herramienta adecuada para aprender funciones cuadráticas y que no sea tan solo una sugerencia, como lo señala en los objetivos del programa de estudio de segundo medio, el cual dice: “Representándola en tablas y gráficos de manera manual y/o con software educativo.”, para nosotros en esta oración se debe eliminar el “y/o”, por “y”.

Por otra parte, las Bases Curriculares vigentes plantean que “aprender matemática influye en el concepto que niños, niñas, jóvenes y adultos sobre sí mismos(as) y sus capacidades, en parte porque el entorno social lo valora y lo asocia a logros, beneficios y capacidades de orden superior, pero por sobre todo porque faculta para confiar en su propio razonamiento y para usar de forma efectiva diversas estrategias para resolver problemas significativos relacionados con su vida.” (Mineduc, 2016, pág. 94).

Se espera que los estudiantes adquieran una comprensión sólida de los conceptos matemáticos fundamentales, como los números enteros, las potencias, raíces, porcentajes, las funciones, ecuaciones e inecuaciones, homotecias, el muestreo y el azar. Con la finalidad de aprender aplicarlo en el razonamiento matemático y así entender, comprender, explicar y predecir fenómenos.

La asignatura se enfoca en la resolución de problemas, donde puedan demostrar sus habilidades y creatividad para buscar y probar diversas soluciones, esto permite al estudiante descubrir la utilidad de las matemáticas en la vida real y conectarlos a las diferentes disciplinas.

Por otro lado, las Bases Curriculares vigentes destacan que una de las habilidades que se buscan desarrollar con mayor énfasis es la “habilidad comunicativa y argumentación” lo que permitirá al estudiante expresar sus ideas con claridad, al igual que desarrollar una actitud flexible y abierta al debate de sus fundamentos. Por último, promueve el uso de las herramientas tecnológicas de la información y la comunicación (TIC), como apoyo a la comprensión del conocimiento matemático, sobre todo en la unidad de álgebra y funciones o también en la unidad de geometría, como una alternativa donde el estudiante puede ver concretamente el comportamiento de gráficas o figuras (Mineduc, 2016, pág. 95).

2.2. Concepto de funciones según bases curriculares actuales.

Las Bases Curriculares establecen ***objetivos de aprendizajes*** (OA) que integran habilidades, conocimientos y actitudes que esperan ser desarrollados por los estudiantes. En matemática “se espera que los y las estudiantes adquieran la capacidad de implementar las matemáticas en diversos contextos” (Mineduc, 2016, pág. 95). Para lograr esto, el ministerio enfoca el currículo de la asignatura en el desarrollo del ***pensamiento matemático***, y lo definen como, “una capacidad que nos permite comprender las relaciones que se dan en el entorno, cuantificarlas, razonar sobre ellas, representarla y comunicarlas” (Mineduc, 2016, pág. 95).

El esquema de la organización curricular de la asignatura de matemática planteada en las Bases Curriculares, lo podemos resumir en la siguiente tabla de datos (Tabla 1).

Tabla 1. Desglose de la organización curricular de la asignatura de matemática planteada en las Bases Curriculares. Las habilidades, conceptos (ejes temáticos) y actitudes que se esperan desarrollar por los estudiantes en la asignatura de matemática.	
Habilidades	Conceptos (Ejes Temáticos)
● Resolver Problemas. ● Representar. ● Modelar. ● Argumentar y Comunicar.	● Números. ● Álgebra y Funciones. ● Geometría. ● Probabilidad y Estadística.
Actitudes	
A. Abordar de manera flexible y creativa la búsqueda de soluciones a problemas de la vida diaria, de la sociedad en general, o propios de la asignatura. B. Demostrar curiosidad e interés por resolver desafíos matemáticos, con confianza en las propias capacidades, incluso cuando no se consigue un resultado inmediato. C. Demostrar interés, esfuerzo, perseverancia y rigor en la resolución de problemas y la búsqueda de nuevas soluciones para problemas reales. D. Trabajar en equipo en forma responsable y proactiva, ayudando a los otros, considerando y respetando los aportes de todos, y manifestando disposición a entender sus argumentos en las soluciones de los problemas. E. Mostrar una actitud crítica al evaluar las evidencias e informaciones matemáticas y valorar el aporte de los datos cuantitativos en la comprensión de la realidad social. F. Usar de manera responsable y efectiva la tecnología de la comunicación en la obtención de información, dando crédito al trabajo de otros y respetando la propiedad y la privacidad de las personas.	

El Objetivo de Aprendizaje a tratar es OA3 de segundo medio de la unidad II, eje de Álgebra y Funciones, donde el programa de estudio (Mineduc, 2016), nos señala que nuestros estudiantes deben:

"Mostrar que comprenden la función cuadrática $f(x) = ax^2 + bx + c \ (a \neq 0)$.

- Reconociendo la función cuadrática $f(x) = ax^2$ en situaciones de la vida diaria y otras asignaturas.
- Representándola en tablas y gráficos de manera manual y/o con software educativo. - Determinando puntos especiales de su gráfica.
- Seleccionándola como modelo de situaciones de cambio cuadrático de otras asignaturas, en particular de la oferta y demanda."

Al analizar el programa del ministerio, nos damos cuenta en primera instancia que son pretenciosas, ya que, para iniciar este contenido, los docentes primero debemos contextualizar a los jóvenes bajo este concepto de función, que recuerden cómo se trabajaba con las funciones lineales principalmente, hacer la analogía de una máquina que entran variables y dentro de esta, ocurren "cosas" y salen diferentes. Más que una actividad de inicio se debe hacer un repaso del contenido, antes de abordar lo que el programa propone.

Para este nivel se debe, prácticamente volver a enseñar el concepto de función o función de primer grado y su representación gráfica, una vez que recuerdan estos conceptos ya podremos cumplir con los propósitos ministeriales según el programa de estudio de segundo medio actual que nos dice: "En esta unidad, se pretende que los y las estudiantes amplíen su conocimiento de funciones lineales, integrando el comportamiento cuadrático a la linealidad" (Mineduc, 2016, pág. 94).

Actualmente el texto entregado por el Ministerio a los estudiantes presenta la siguiente definición para la función cuadrática (Texto de estudiante, pág 64):

> Se llama **función cuadrática o de segundo grado** a las funciones de la forma:
>
> $$f(x) = ax^2 + bx + c, \text{ con } a, b \text{ y } c \in \mathbb{R} \text{ y } a \neq 0.$$
>
> Donde *a*, *b* y *c* corresponden a los coeficientes de la función. El dominio de la variable *x* de la función es $\mathbb{R}$, mientras que su recorrido es un subconjunto de $\mathbb{R}$.

2.3. GeoGebra, una alternativa para explorar y superar las concepciones alternativas.

GeoGebra es un programa dinámico para la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas para educación en todos sus niveles, sobre todo en segundo medio, donde estamos desarrollando nuestra investigación. Este software combina geometría, álgebra, análisis y estadística de manera tan sencilla a nivel operativo como potente. Para nuestra investigación, es una herramienta fundamental para visualizar el comportamiento gráfico de la función cuadrática, considerando las virtudes del software, ya que para los estudiantes les facilita de mejor manera comprender estos contenidos visualizando de manera dinámica la conducta de la curva o parábola que representa la función cuadrática, mediante la variación de los parámetros en su forma canónica.

El programa fue ideado por Markus Hohenwarter en el marco de su trabajo de tesis de Maestría, presentada en el año 2002 en la Universidad de Salzburgo, Austria. Se esperaba lograr un programa que reuniera las virtudes de los programas de geometría dinámica, con las de los sistemas de cálculo simbólico.

Ofrece representaciones diversas de los objetos desde cada una de sus posibles perspectivas: vistas gráficas, algebraicas, estadísticas y de organización en tablas y planillas, y hojas de datos dinámicamente vinculadas. Además de la gratuidad y la facilidad de aprendizaje, la característica más destacable de GeoGebra es la doble percepción de los objetos, ya que cada objeto tiene dos representaciones, una en la vista gráfica y otra en la vista algebraica. De esta forma, se establece una permanente conexión entre los símbolos algebraicos y las gráficas geométricas. Otra de las ventajas que tiene GeoGebra es que los estudiantes pueden bajar la app gratuita a sus celulares y desde ahí trabajar, como se muestra en la imagen.

Existen investigaciones sobre el uso de esta herramienta, como alternativa en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas o como una estrategia didáctica para los docentes de esta disciplina (Álvarez et al. 2020). Además, se han hecho conferencias, talleres sobre el impacto de GeoGebra en el desarrollo profesional del profesorado (Pari, 2019).

3. OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN

3.1. Objetivo general

El propósito de nuestra investigación es identificar las dificultades o errores vinculados al concepto de función, que puedan tener los estudiantes al haber estudiado el concepto de función lineal y función afín en primero medio, ahora para segundo medio (nivel donde se realiza la investigación) se espera que los estudiantes comprendan el concepto de función cuadrática, logrando identificar sus características y elementos. Para conseguir esto aplicaremos estrategias que permitan al estudiante movilizar sus conocimientos respecto a dichos conceptos y puedan representarlos gráficamente por medio de la aplicación GeoGebra.

La experiencia dentro de las salas de clases, nos permite destacar que las concepciones alternativas que poseen los estudiantes desde los años anteriores respecto a la unidad de álgebra no las podemos eliminar, sino todo lo contrario, sólo podemos transformarlas, para esto debemos enfocarnos en estrategias que le permitan al estudiante realizar dichas modificaciones. Nuestras estrategias serán principalmente visuales, por medio de la utilización de la App de GeoGebra en las clases planificadas.

3.2 Objetivo, hipótesis de investigación

Como docentes debemos tomar en cuenta cómo piensan o razonan los estudiantes cuando les enseñamos estos contenidos, cuál es su capacidad de entendimiento, la forma en qué relacionan los contenidos a la vida cotidiana, todos los procesos cognitivos que ellos poseen, pero sobre todo debemos de buscar potenciar las capacidades digitales que tienen, por esto al utilizar GeoGebra esperamos que sea un beneficio para los aprendizajes en matemáticas del estudiante en estos contenido en particular, mediante datos cuantitativos obtenidos en el transcurso de una cierta cantidad de clases, donde se abordará este concepto, en términos generales, sin GeoGebra y con GeoGebra, evidenciando cómo esta herramienta favorece el aprendizaje de nuestros estudiantes.

3.3. Pregunta de investigación

La investigación se realizó para lograr encontrar una mejor manera de movilizar los aprendizajes de los estudiantes frente a los conceptos de función y función cuadrática que se encuentran en los objetivos propuestos en la unidad de Álgebra y Funciones de los planes y programas de matemática para segundo medio.

Para lograr el objetivo de la investigación, nos planteamos la siguiente pregunta de investigación:

“¿Mejora el aprendizaje de los estudiantes sobre los conceptos de función y función cuadrática cuando los estudiantes usan GeoGebra como herramienta de apoyo?”

4. MARCO METODOLÓGICO

La investigación se realizó con estudiantes de segundo medio, quienes tienen algunos conocimientos sobre funciones, principalmente en funciones lineales y afín, como, por ejemplo, la gráfica de la función lineal es una línea recta que pasa por el origen del plano cartesiano, mientras que la gráfica de la función afín es igualmente una línea recta que no pasa por el origen del plano cartesiano. Al estar en segundo medio se requiere que profundicen en otros tipos de funciones como la función cuadrática y las funciones inversas.

Se espera identificar las concepciones alternativas que poseen los estudiantes con respecto a la unidad de Álgebra y Funciones enfocándonos en los conceptos de función, función cuadrática y los elementos importantes de la función cuadrática como lo son: la concavidad, el vértice y el punto de intersección con el eje Y, siendo estos los elementos con que se permiten realizar un esbozo de la gráfica (parábola) sin realizar grandes cálculos.

Se planificaron un total de 9 clases donde se aplicarán diferentes actividades que nos permitan identificar:

- ¿Qué entienden los estudiantes sobre el concepto de función?
- ¿Cómo relacionan los conceptos de función, función cuadrática y sus características?
- ¿Qué diferencias pueden identificar entre la función lineal y la función cuadrática?
- ¿Cómo grafican en el plano cartesiano los resultados obtenidos de una función?
- ¿Cómo aplican sus conocimientos?

Utilizaremos diferentes estrategias, una contextualizada por medio de esquemas tradicionales, es decir, el uso de ejemplos, las tablas de datos, valorización de expresiones algebraicas, en otras palabras, estrategias que muestran un proceso lento para obtener la gráfica. Por otro lado, se implementó la herramienta GeoGebra para el desarrollo y profundización del mismo conocimiento, que permita al estudiante lograr ver el resultado y el significado de las operaciones realizadas por ellos de una manera más interactiva y rápida.

La recolección y análisis de los datos se planteó de forma cualitativa, mediante la observación de las clases, análisis de la evidencia recolectada de los estudiantes en la implementación de la clase (guías de actividades, tickets de entrada o salida, cuadernos).

4.1. Fase 1: Descripción del perfil de los estudiantes.

El proyecto se implementó en un liceo enfocado a los niveles de enseñanza media de modalidad técnico profesional, las clases y todo el material pedagógico se aplicó a dos cursos correspondientes a segundo medio, durante el desarrollo de la investigación se conocerán por Curso A y Curso B.

El Curso A está formado por 46 estudiantes, mientras que el Curso B por 47 estudiantes quienes están entre los 15 y 16 años. Es importante resaltar que en ambos cursos existe una cantidad no mayor a 15 estudiantes extranjeros procedentes principalmente de Perú, Colombia, Venezuela.

Por otro lado, la institución cuenta con el Programa de Integración Escolar (PIE) se tiene un total de 12 estudiantes inscritos en dicho programa, de manera que se debe tener en consideración las adaptaciones curriculares para dichos estudiantes, quienes muestran una manera distinta de aprender debido a sus capacidades cognitivas.

4.2. Fase 2. Diseño y estructura de las clases.

Por instrucciones del Ministerio de Educación el tiempo reglamentario para una clase es de dos horas pedagógicas, es decir, dos horas cada una de 45 minutos, teniendo un total de 90 minutos para la realización de la clase.

El proyecto se está implementado en el primer año escolar después de la situación sanitaria vivida mundialmente (pandemia por COVID), es importante destacar que la institución donde se implementa la investigación se apegó a las directrices impartidas por el Ministerio de Educación que les permitió disminuir el tiempo en las horas pedagógicas de 45 minutos a solo 30 minutos, por este motivo las clases se planificaron para ser realizada bajo estas condiciones, por tanto la duración de la clase será de un total de 60 minutos. los que nos lleva a realizar en **total 9 clases** para completar el proyecto de investigación.

A continuación, se muestra la secuencia de las clases implementadas, con una duración de 3 semanas, ya que la asignatura cuenta con 7 horas a la semana:

- Clase 1: Diagnóstico de los conocimientos. (Pre-Test)
- Clase 2: Concepto de función (métodos de identificación)
- Clase 3: Función cuadrática e identificación de los términos y coeficientes.
- Clase 4: Identificar la Concavidad y el Corte con el Eje Y.
- Clase 5: Cálculo del vértice
- Clase 6: Aprender el uso de la herramienta GeoGebra
- Clase 7: Aplicar los conocimientos usando GeoGebra.
- Clase 8: Evaluación práctica (Post- Test)
- Clase 9: Análisis de los resultados

4.2.1. Descripción de las clases

Clase 1: Duración dos horas pedagógicas (60 minutos)

Objetivo: Diagnosticar conocimientos previos

Clase exploratoria de conocimientos previos: el profesor no puede dar ningún indicio de los conceptos de función, función cuadrática y sus características esto con la finalidad de que los propios estudiantes expongan sus ideas en la resolución de cada uno de los ejercicios planteados en la **Guía de trabajo Diagnóstica (Pre-Test)**

Material:

Guía de aprendizaje para el estudiante: con actividades que nos permitan resolver las preguntas de la investigación sobre los posibles errores que poseen los estudiantes sobre los conceptos de Función, Función lineal y función afín. Con los distintos niveles de aprendizaje. (Simple, intermedio, Avanzado)

PPT: Presentación en PowerPoint con las soluciones de las diferentes actividades de la guía para ser discutidas una a una con los estudiantes y poder generar un intercambio de ideas y conocimientos entre los estudiantes, enfocando la discusión a los conceptos que se desean lograr en las próximas clases.

Clase 2: Duración dos horas pedagógicas (60 minutos)

Objetivo: Comprender el concepto de función y métodos para identificar una función

Clase teórica: el profesor retoma el concepto de función, y expone diferentes métodos (algebraicos y gráficos) para identificar una función, enfocándose en la explicación del concepto de función de diferentes maneras (pictórica, simbólica y concreta). Finaliza con actividades para reforzar lo visto en clase.

Clase 3: Duración dos horas pedagógicas (60 minutos)

Objetivo: Caracterizar la función cuadrática

Clase teórica: el profesor define la función cuadrática y sus características, enfocando las actividades a la correcta identificación de los términos de una función cuadrática (término cuadrático, término lineal y término independiente), para luego establecer la diferencia entre término y coeficiente de los términos.

Clase 4: Duración dos horas pedagógicas (60 minutos)

Objetivo: Identificar la Concavidad y el Corte con el Eje Y

Clase teórica: el profesor expone las características que se derivan de los términos cuadráticos e independientes. Es decir, del término cuadrático la concavidad de la parábola y del término independiente la intercepción con el Eje Y.

Clase 5: Duración dos horas pedagógicas (60 minutos)

Objetivo: Calcular el punto vértice de una parábola

Clase teórica y práctica: el profesor expone la fórmula para determinar el punto vértice de una parábola, haciendo énfasis en identificación de los coeficientes de los términos de la función cuadrática y la valorización correcta de la fórmula.

El profesor solicita a los estudiantes descargar en sus celulares la aplicación GeoGebra para la próxima.

Clase 6: Duración dos horas pedagógicas (60 minutos)

Objetivo: Conocer y usar la herramienta GeoGebra

Clase práctica: el profesor da a conocer la herramienta GeoGebra, enfoca la clase en la escritura de las indicaciones o comando para escribir las funciones para generar los gráficos de las funciones, además describe los diferentes indicadores que se pueden utilizar, como, por ejemplo, ubicar puntos, cambiar colores, mover y seleccionar elementos, desde la diferentes pantalla (álgebra, herramientas, tablas). En otras palabras, que los estudiantes se familiaricen con la aplicación.

Clase 7: Duración dos horas pedagógicas (60 minutos)

Objetivo: Función cuadrática en GeoGebra

Clase práctica: el profesor guía a los estudiantes para que implementen las diferentes herramientas de la aplicación en los problemas vistos en clase, para mejorar la vinculación de lo realizado algebraicamente con lo gráfico.

Clase 8: Duración dos horas pedagógicas (60 minutos)

Objetivo: Evaluar el conceptos y características de la función cuadrática

Clase práctica y evaluación: los estudiantes realizan la evaluación de sus conocimientos sobre los conceptos de función, función cuadrática y sus características obtenidos en las clases previas. Los estudiantes pueden realizar las actividades usando la aplicación GeoGebra si esto les facilita la resolución de cada uno de los ejercicios planteados en la **Guía de trabajo final (Post-Test).**

La evaluación se realiza por medio de una guía de trabajo no mediante una evaluación tradicional, la idea es que los estudiantes implemente todos los conocimientos ya sea por medio de los cálculos algebraicos o con el uso de la herramienta GeoGebra.

Clase 9: Duración dos horas pedagógicas (60 minutos)

Objetivo: Retroalimentación de la evaluación práctica

Clase teórica: La clase final está enfocada en la retroalimentación de los conocimientos, permitiendo a los estudiantes ver la evolución del proceso de aprendizaje.

UNIVERSIDAD ACADEMIA DE HUMANISMO CRISTIANO

4.3. Fase 3. Diseño y estructura de los instrumentos

En la sección anterior se expone la secuencia de las clases implementadas en la investigación, y se da a conocer los momentos donde se implementarán las dos herramientas que cotejo que nos brindarán la información necesaria para dar respuesta a las preguntas de la investigación.

Los instrumentos de recopilación de datos están estructurados en cuatro actividades enfocadas de la siguiente forma:

1. Evaluar el concepto de función.
2. Evaluar el concepto de función cuadrática y su concavidad.
3. Evaluar las características de los términos de una función cuadrática.
4. Evaluar el cálculo y razonamientos de los elementos de una función cuadrática (vértice, concavidad y corte con el Eje Y).

Adicionalmente se espera motivar la habilidad de argumentar y comunicar de los estudiantes, ya que las diferentes actividades deben siempre estar justificadas, lo cual nos permitirá tener un panorama de los pensamientos de cada estudiante.

4.3.1. Descripción Guía de trabajo Diagnóstica (Pre-Test)

Expectativas para Guía de trabajo Diagnóstica (Pre-Test)

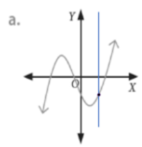
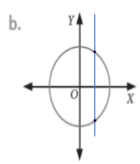
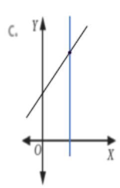
En este diagnóstico, se espera que, en las distintas actividades, los estudiantes no utilicen un lenguaje matemáticos apropiado al momento de justificar sus respuestas, más si esperamos que identifiquen conceptos previos o palabras claves como: función lineal, función afín, variable x ó variable y, abscisa, ordenada, par ordenado, línea recta, entre otras.

Incluso algunas de las justificaciones pueden ser nulas en sentido que no puedan expresar lo que piensan debido a que no están acostumbrados a justificar sus respuestas, procedimientos o cálculos en las actividades, se esperan frases como: “no se como decirlo”, “no lo se”, “no lo entiendo” o dejar en blanco la justificación de la respuesta.

Para las actividades donde se requieren habilidades numéricas al resolver correctamente las operaciones básicas (suma, resta, multiplicación y división), se espera que el estudiante valorice la función en los diferentes puntos a determinar. Para ello, debe realizar correctamente las operaciones algebraicas según la función y dándole valores a x, por ejemplo: $x = 1 \ \rightarrow f(1) = 1^2 - 6 \cdot 1 + 2 \ \rightarrow f(1) = -3$ por tanto, $1 \sim -3$, es decir, el par ordenado resulta $(1, -3)$.

Además, el estudiante debe tener una clara idea de las dos correspondencias presentes en el plano cartesiano. La primera de ellas es, que todo punto (x, y). Es un par ordenado donde la variable x corresponde a las abscisas, mientras que la variable y o f(x) corresponde a las ordenadas. La segunda corresponde a la ubicación de los ejes coordenados, es decir, el eje X corresponde a las abscisas (horizontal), mientras que el eje Y a las ordenadas (vertical).

A continuación, se muestra la pauta de corrección utilizada para esta **Guía de trabajo Diagnóstica (Pre-Test).**

Pauta de Corrección									
Actividad	Ejercicio	Respuestas Correctas	Puntos	Distribución de puntos	Observación (justificación de las respuestas)	Objetivo	Progresión del aprendizaje	Habilidades	Indicadores
1	A	Si es función 	3	**3 puntos** por marcar la alternativa correcta y dar una justificación adecuada utilizando un lenguaje matemático. **2 puntos** por marcar la alternativa correcta y dar una justificación adecuada usando sus propias palabras. **1 punto** por marcar la alternativa correcta y NO dar una justificación. **O puntos** por marcar la alternativa incorrecta.	La abscisa solo puede tener una única ordenada. Una recta vertical, solo debe cortar al gráfico en un solo punto. A cada valor de x le corresponde un único valor y. Palabra clave, línea recta Vertical	3	Inicial	Representar (Identificar)	Transitar entre los distintos niveles de representación de funciones
	B	No es función 	3		La abscisa tiene dos ordenadas. Para un valor de x se tienen dos valores distintos de y. Una recta vertical, corta en dos o más puntos al gráfico. Palabra clave, línea recta Vertical				
	C	Si es función 	3		La abscisa o coordenada x solo puede tener una única ordenada. **Una recta vertical**, solo debe cortar al gráfico en un solo punto. A cada valor de x le corresponde un único valor y. Palabra clave, línea recta Vertical Porque es una función lineal, o es una línea recta				

<table>
<tr><td rowspan="4">2</td><td>A</td><td>No es Función Cuadrática (Incorrecta)</td><td>0</td><td rowspan="4">3 puntos por marcar la gráfica correcta y dar una justificación adecuada utilizando un lenguaje matemático.

2 puntos por marcar la gráfica correcta y dar una justificación adecuada usando sus propias palabras.

1 punto por marcar la gráfica correcta y NO dar una justificación.

O puntos por marcar la gráfica incorrecta.</td><td>Es la gráfica de la función sen(x).</td><td rowspan="4">3</td><td rowspan="4">Inicial</td><td rowspan="4">Representar (Identificar)</td><td rowspan="4">Transitar entre los distintos niveles de representación de funciones</td></tr>
<tr><td>B</td><td>No es Función Cuadrática (Incorrecta)</td><td>0</td><td>Es la gráfica de la función afín. Es una línea recta.</td></tr>
<tr><td>C</td><td>No es Función Cuadrática (Incorrecta)</td><td>0</td><td>Es la gráfica de la función lineal. Es una línea recta.</td></tr>
<tr><td>D</td><td>Si es Función Cuadrática (Correcta)</td><td>3</td><td>Es la gráfica de una parábola.

Es una parábola convexa.

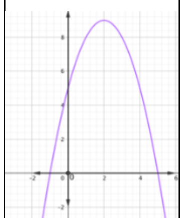
La curva es un u invertida.

La curva es como una montaña.

La curva es como una cara sonriente.</td></tr>
</table>

<table>
<tr>
<td rowspan="2">3</td>
<td>A</td>
<td>La función $f(x) = -x^2 + 4x + 5$

Le corresponde la primera gráfica



(Correcta)</td>
<td>3</td>
<td rowspan="2">3 puntos por marcar la gráfica correcta y dar una justificación adecuada utilizando un lenguaje matemático.

2 puntos por marcar la gráfica correcta y dar una justificación adecuada usando sus propias palabras.

1 punto por marcar la gráfica correcta y NO dar una justificación.

O puntos por marcar la gráfica incorrecta.</td>
<td>En una función cuadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$, el coeficiente cuadrático "a" representa la concavidad, si $a < 0$ la parábola es convexa y si $a > 0$ la parábola es cóncava.

El término independiente "c" indica el corte con el eje y, dando el punto de corte $(0, c)$

Es una parábola convexa

Al valorizar la función con, algunos valores de x, por ejemplo:
Si $x = 0 \to f(0) = 5$ por tanto $0 \sim 5$.

Si $x = 1 \to f(1) = 8$ por tanto $1 \sim 8$.</td>
<td rowspan="2">3</td>
<td rowspan="2">Intermedio</td>
<td rowspan="2">Modelar</td>
<td rowspan="2">Marca y encuentra numéricamente la intercesión de la gráfica de la función $f(x) = ax^2 + bx + c$ con el eje x.</td>
</tr>
<tr>
<td>B</td>
<td>La función $f(x) = -x^2 + 4x + 5$

NO le corresponde la segunda gráfica (Incorrecta)</td>
<td>0</td>
<td>No cumple con la función dada porque:

Es una parábola cóncava y al valorizar no corresponde en el siguiente punto

Si $x = 1 \to f(1) = 2$ por tanto $1 \sim 2$. No cumple con la función</td>
</tr>
</table>

	C	La función $f(x) = -x^2 + 4x + 5$ NO le corresponde la tercera gráfica (Incorrecta)	0		No cumple con la función dada porque: Es una parábola cóncava y al valorizar no corresponde en los siguientes puntos Si $x = 0 \rightarrow f(0) = -2$ por tanto $0 \sim -2$. No cumple con la función. Si $x = 1 \rightarrow f(1) = -1$ por tanto $1 \sim -1$. No cumple con la función				
	D	La función $f(x) = -x^2 + 4x + 5$ NO le corresponde la cuarta gráfica (Incorrecta)	0		Es una parábola convexa pero No cumple al valorizar la función dada en los siguientes puntos: Si $x = 0 \rightarrow f(0) = -5$ por tanto $0 \sim -5$. Si $x = 1 \rightarrow f(1) = -2$ por tanto $1 \sim -2$.				

<table>
<tr>
<td rowspan="2">4</td>
<td>Tabla de valores</td>
<td>
<table>
<tr><td>x</td><td>$f(x)$</td></tr>
<tr><td>1</td><td>-3</td></tr>
<tr><td>2</td><td>-6</td></tr>
<tr><td>3</td><td>-7</td></tr>
<tr><td>4</td><td>-6</td></tr>
<tr><td>5</td><td>-3</td></tr>
</table>
(Correcta)
</td>
<td>5</td>
<td>1 punto por la valorización correcta de una variable x en la función.

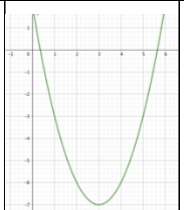
0 punto por la valoración incorrecta de una variable x en la función.</td>
<td>Valorización:

Si $x = 1 \rightarrow$
$f(1) = 1^2 - 6 \cdot 1 + 2$
$= 1 - 6 + 2$
$= 3 - 6 = -3$

Si $x = 2 \rightarrow$
$f(2) = 2^2 - 6 \cdot 2 + 2$
$= 4 - 12 + 2$
$= 6 - 12 = -6$

Si $x = 3 \rightarrow$
$f(3) = 3^2 - 6 \cdot 3 + 2$
$= 9 - 18 + 2$
$= 11 - 18 = -7$

Si $x = 4 \rightarrow$
$f(4) = 4^2 - 6 \cdot 4 + 2$
$= 16 - 24 + 2$
$= 18 - 24 = -6$

Si $x = 5 \rightarrow$
$f(5) = 5^2 - 6 \cdot 5 + 2$
$= 25 - 30 + 2$
$= 27 - 30 = -3$</td>
<td rowspan="2">3</td>
<td rowspan="2">Deseado</td>
<td rowspan="2">Resolver problemas</td>
<td rowspan="2">Grafican funciones cuadráticas a partir de una tabla de valores en la cual están dados los diferentes parámetros a, b, c.</td>
</tr>
<tr>
<td>Gráfica</td>
<td>
(Correcta)</td>
<td>5</td>
<td>1 puntos por ubicar correctamente un par ordenado (x, y) en el plano cartesiano.

0 puntos por ubicar incorrectamente un par ordenado (x, y) en el plano cartesiano.</td>
<td>Pares ordenados (x, y):

Si $x = 1 \rightarrow (1, -3)$

Si $x = 2 \rightarrow (2, -6)$

Si $x = 3 \rightarrow (3, -7)$

Si $x = 4 \rightarrow (4, -6)$

Si $x = 5 \rightarrow (5, -3)$</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="3">Total, de puntos</td>
<td colspan="7">25</td>
</tr>
</table>

4.3.2. Descripción Guía de trabajo Final (Post-Test)

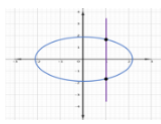
Expectativas para Guía de trabajo Final (Post-Test)

En esta guía final, esperamos que los estudiantes realicen una justificación usando el lenguaje matemático adquirido durante las clases previas a la realización de la guía de trabajo, donde las justificaciones a sus respuestas, procedimientos o cálculos en las actividades, cambien de las frases como: "no sé cómo decirlo", "no lo sé", "no lo entiendo" o dejar en blanco la justificación de la respuesta, a frases como: "porque la parábola es cóncava", "al valorizar la función nos da", "el punto de intersección es", "el vértice de la parábola es", entre otras.

Mientras que en las actividades donde se requieren habilidades numéricas, se espera que el estudiante valorice la función en los diferentes puntos estudiados en clase, como: el vértice, intersección con el eje Y, incluso al valorar la función en puntos determinados. Para ello, debe realizar correctamente las operaciones algebraicas según la función y dándole valores a x, por ejemplo: $x = 1 \ \rightarrow f(1) = 1^2 - 6 \cdot 1 + 2 \ \rightarrow f(1) = -3$ por tanto, $1 \sim -3$, es decir, el par ordenado resultante es $(1, -3)$.

Por último, el estudiante debe comenzar a asociar los objetos o situaciones de la cotidianidad con la función cuadrática y a su vez saber relacionarlas en el plano cartesiano usando puntos elementales que ayuden a resolver la situación planteada.

A continuación, se muestra la pauta de corrección utilizada para esta **Guía de trabajo Final (Post-Test)**

<table>
<tr><th colspan="10">Pauta de Corrección</th></tr>
<tr><th>Actividad</th><th>Ejercicio</th><th>Respuestas Correctas</th><th>Puntos</th><th>Distribución de puntos</th><th>Observación (justificación de las respuestas)</th><th>Objetivo</th><th>Progresión del aprendizaje</th><th>Habilidades</th><th>Indicadores</th></tr>
<tr><td rowspan="3">1</td><td>A</td><td>Órbita del planeta
No es función
</td><td>3</td><td rowspan="3">3 puntos por graficar la trayectoria correcta, decir si es o no una función y dar una justificación adecuada utilizando un lenguaje matemático.

2 puntos por graficar la trayectoria correcta, decir si es o no una función y dar una justificación adecuada usando sus propias palabras.

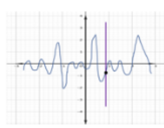
1 punto por graficar la trayectoria correcta, decir si es o no una función y NO dar una justificación.

O puntos por graficar la trayectoria incorrecta, o dar la respuesta incorrecta.</td><td>La abscisa tiene dos ordenadas.

Para un valor de x se tienen dos valores distintos de y.

Una recta vertical, corta en DOS puntos distintos al gráfico.</td><td rowspan="3">3</td><td rowspan="3">Inicial</td><td rowspan="3">Representar (Identificar)</td><td rowspan="3">Transitar entre los distintos niveles de representación de funciones</td></tr>
<tr><td>B</td><td>El patinador
Si es función
</td><td>3</td><td>La abscisa solo puede tener una única ordenada.

Una recta vertical, solo debe cortar al gráfico en un solo punto.

A cada valor de x le corresponde un único valor y.</td></tr>
<tr><td>C</td><td>Electrocardiograma
Si es función
</td><td>3</td><td>La abscisa solo puede tener una única ordenada.

Una recta vertical, solo debe cortar al gráfico en un solo punto.

A cada valor de x le corresponde un único valor y.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">2</td><td>A</td><td>Arcoíris
SI es función cuadrática
Convexa</td><td>2</td><td rowspan="2">2 puntos por identificar correctamente la parábola que se forma en la imagen y decir la concavidad correcta de ellas.</td><td rowspan="2">Las imágenes que representan una función cuadrática son: el arcoíris, la antena parabólica, el puente de Los Ángeles y la fuente, para un total de 4 imágenes.</td><td rowspan="2">3</td><td rowspan="2">Inicial</td><td rowspan="2">Representar (Identificar)</td><td rowspan="2">Transitar entre los distintos niveles de representación de funciones</td></tr>
<tr><td>B</td><td>Carrera de los atletas</td><td>0</td></tr>
</table>

		NO es función cuadrática		**1 punto** por identificar correctamente la parábola que se forma en la imagen y NO decir la concavidad correcta de ellas. **0 puntos** por NO identificar correctamente la parábola que se forma en la imagen y NO decir la concavidad correcta de ellas.	La imagen es CÓNCAVA si muestra una curva como:  La imagen es CONVEXA si muestra una curva como:  				
	C	Escala de notas No es función cuadrática	0						
	D	Antena parabólica Si es función cuadrática Cóncava	2						
	E	Rueda de la fortuna No es función	0						
	F	Puente de Los Ángeles Si es función cuadrática Cóncava	2						
	G	Balón de Futbol americano No es función	0						
	H	Fuente Si es función cuadrática Convexa	2						
3	A	La función $h(t) = 6t - 2t^2$ NO le corresponde la primera gráfica	0	**3 puntos** por marcar la gráfica correcta y dar una justificación adecuada utilizando un lenguaje matemático.	Es una parábola convexa pero No cumple al valorizar la función dada en los siguientes puntos: Si $x = 0 \rightarrow h(0) = 3$ por tanto $0 \sim 3$.	3	Intermedio	Modelar	Marca y encuentra numéricamente la intercesión de la gráfica de la función $f(x) =$

UNIVERSIDAD ACADEMIA DE HUMANISMO CRISTIANO

				2 puntos por marcar la gráfica correcta y dar una justificación adecuada usando sus propias palabras. **1 punto** por marcar la gráfica correcta y NO dar una justificación. **O puntos** por marcar la gráfica incorrecta.	Si $x=1 \rightarrow h(1)=5$ por tanto $1 \sim 5$.				ax^2+bx+c con el eje x.
	B	La función $h(t)=6t{-}2t^2$ NO le corresponde la segunda gráfica	0		No cumple con la función dada porque: Es una parábola cóncava y al valorizar no corresponde en los siguientes puntos Si $x=0 \rightarrow h(0)=3$ por tanto $0 \sim -3$. No cumple con la función. Si $x=-1 \rightarrow h(-1)=1$ por tanto $-1 \sim 1$. No cumple con la función				
	C	La función $h(t)=6t{-}2t^2$ NO le corresponde la tercera gráfica	0		No cumple con la función dada porque: Es una parábola cóncava y al valorizar no corresponde en los siguientes puntos Si $x=1 \rightarrow h(1)=-3$ por tanto $1 \sim -3$. No cumple con la función				
	D	La función $h(t)=6t{-}2t^2$ Le corresponde la cuarta gráfica	3		En una función cuadrática $f(x)=ax^2+bx+c$, el **coeficiente cuadrático** "a" representa la concavidad, si $a<0$ la parábola es convexa y si $a>0$ la parábola es cóncava. El **término independiente** "c" indica el corte con el eje y, dando el punto de corte $(0,c)$ Es una parábola convexa				

<table>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>Al valorizar la función con, algunos valores de x, por ejemplo: Si $x = 0 \to h(0) =$ por tanto $0 \sim 0$.

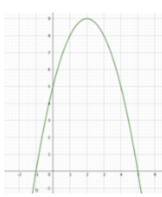
Si $x = 1 \to h(1) = 4$ por tanto $1 \sim 4$.</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="2">4</td><td>Tabla</td><td><table><tr><td>x</td><td>$h(x)$</td></tr><tr><td>0</td><td>5</td></tr><tr><td>2</td><td>9</td></tr><tr><td>4</td><td>5</td></tr><tr><td>5</td><td>0</td></tr></table>
(Correcta)</td><td>4</td><td>1 punto por la valorización correcta de una variable x en la función.

0 puntos por la valoración incorrecta de una variable x en la función.</td><td>Valorización:

Si $x = 0 \to$
$h(0) = -0^2 + 4 \cdot 0 + 5$
$= 0 + 0 + 5 = 5$

Si $x = 2 \to$
$h(2) = -2^2 + 4 \cdot 2 + 5$
$= -4 + 8 + 5 = -4 + 13$
$9 =$

Si $x = 4 \to$
$h(4) = -4^2 + 4 \cdot 4 + 5$
$= -16 + 16 + 5$
$= 0 + 5 = 5$

Si $x = 5 \to$
$h(5) = -5^2 + 4 \cdot 5 + 5$
$= -25 + 20 + 5$
$= -25 + 25 = 0$</td><td rowspan="2">3</td><td rowspan="2">Deseado</td><td rowspan="2">Resolver problemas</td><td rowspan="2">Grafican funciones cuadráticas a partir de una tabla de valores en la cual están dados los diferentes parámetros a, b, c.</td></tr>
<tr><td>Gráfica</td><td>
(Correcta)</td><td>4</td><td>1 puntos por ubicar correctamente un par ordenado (x, y) en el plano cartesiano.

0 puntos por ubicar incorrectamente un par ordenado (x, y) en el plano cartesiano.</td><td>Pares ordenados (x, y):

Si $x = 0 \to (0,5)$

Si $x = 2 \to (2,9)$

Si $x = 4 \to (4,5)$

Si $x = 5 \to (5,0)$</td></tr>
</table>

	A	Tarda **2 segundos** en alcanzar la altura máxima.	1	**1 punto** por dar la respuesta correcta. **O puntos** por dar la respuesta incorrecta.	La parábola es **convexa** por tanto el punto **vértice es (2,9)** **Del punto vértice se determina que la coordenada X corresponde al tiempo, mientras que la coordenada Y corresponde a la altura.** Los segundos en que tarda la pelota en llegar al punto máximo viene dada por la coordenada X del punto vértice. La coordenada X del punto máximo es 2				
	B	La altura máxima es de **9 metros**.	1	**1 punto** por dar la respuesta correcta. **O puntos** por dar la respuesta incorrecta.	La parábola es **convexa** por tanto el punto **vértice es (2,9)** La altura máxima viene dada por la coordenada Y del punto vértice. La coordenada Y del punto máximo es 9				
	C	El tiempo de vuelo es de **5 segundos.**	1	**1 punto** por dar la respuesta correcta. **O puntos** por dar la respuesta incorrecta.	La parábola es **convexa** por tanto el punto **vértice es (2,9)** El tiempo de vuelo se determina con las coordenadas **POSITIVAS** del eje X El vuelo se determina desde la coordenada X=0 hasta la siguiente coordenada X que al valorizar de cero (0).				
Total, de puntos			**31**						

5. RESULTADOS

La escala de notas implementada por instrucciones del Jefe de la Unidad Técnico Pedagógica se debe considerar con nota mínima de 2.0 y la escala de exigencia debe ser del 60%, para el diagnóstico (Pre-Test) se tiene un total de 25 puntos, y a partir de 15 puntos se considera al estudiante aprobado, mientras que para la evaluación final (Post-Test) se tiene un total de 31 puntos, y a partir de 19 puntos se considera al estudiante aprobado.

Los resultados obtenidos de la investigación, fueron considerados a partir de una muestra de 31 estudiantes quienes realizaron y completaron ambas actividades tanto el Pre-Test como el Post-Test.

Estos resultados se describen en dos planos: el primero se caracteriza por ser descriptivo-narrativo, destacando aquellos aspectos que nos resultaron significativos a la hora de implementar el diagnóstico como también la evaluación final aplicada. En cuanto al segundo plano, se distingue por ser de carácter cuantitativo, que finalmente atribuimos a los resultados de aprendizajes obtenidos y logrados con los instrumentos de evaluación utilizados. Finalmente, se establece una analogía entre ambos planos, con la finalidad de obtener una perspectiva más amplia y profundizada de dichos resultados en el marco del proceso de aprendizaje del estudiante.

En el análisis cuantitativo, consideramos la siguiente clasificación según la calificación obtenida por los estudiantes tanto para la evaluación diagnóstica como para la evaluación final, consideramos que un estudiantes se encuentra en un nivel insuficiente si las calificaciones se encuentran entre 2.0 y 3.4, en el nivel inicial si las calificaciones están entre 3.5 y 4.5, en el nivel avanzado si las calificaciones están entre 4.6 a 5.9 y por último en el nivel destacado cuando obtiene calificaciones entre 6.0 a 7.0.

5.1. Resultados del aprendizaje evaluación diagnóstica (Pre-Test)

5.1.1. Análisis descriptivo-narrativo del diagnóstico:

Actividad 1: Concepto de Función

Lo más notorio es que algunos de los estudiantes que tienen la noción básica para verificar si una gráfica representa una función no la expresan de manera correcta, al no especificar que la línea recta que se utiliza debe ser una **línea recta vertical**, todos los que justifican la respuesta solo colocan “al trazar una línea recta, está corta la gráfica en un solo lugar”.

Por otro lado, la gran mayoría solo selecciona la alternativa correcta, más no justifica su respuesta, utilizando frases como “no se como justificarlo” o “no se como explicarlo”.

Todos los estudiantes identifican la función afín (ejercicio c) pero muy pocos justifican su respuesta.

Actividad 2: Concepto de función cuadrática y Concavidad

Algunos descartan las gráficas 2 y 3 por ser líneas rectas (funciones lineales y afín), más se encuentra en la disyuntiva con las gráficas 1 y 4.

Actividad 3: Características de los términos de la función cuadrática

Asocian la orientación de la gráfica con si es positiva o negativa la función, al ver el primer término de la misma, es decir si es negativa la gráfica tiene que estar en la parte negativa del plano (bajo el eje X) o formar una "u", mientras que si es positiva la gráfica debe estar en la parte positiva del plano (sobre el eje X) o formando una "u" invertida le llaman "como una montaña".

Actividad 4: Cálculo y razonamiento de los elementos de la función cuadrática

Presentan muchos inconvenientes en la valorización de la función, no la saben realizar o solo valorizan una sola x, olvidando el cuadrado o la multiplicación en el término lineal.

Algunos de los estudiantes realizan correctamente la valorización, pero al momento de escribir los pares ordenados (x, y) no saben colocar correctamente la correspondencia lo que los lleva a no realizar bien la gráfica o simplemente no realizarla.

Algunos completan la tabla con resultados que realizan mentalmente dejando en blanco es espacio para escribir sus cálculos, los que los lleva a cometer errores en las operaciones, más saben que la gráfica tiene forma de "u" (parábola) pero no saben en donde comienza o hasta donde llega. Esta deducción la establecen por las actividades anteriores.

Algunos no realizaron la gráfica porque los resultados que obtienen no les calzan o no concuerdan, lo que por una parte demuestra la poca confianza que tiene de sus resultados.

Reemplazan correctamente los valores de X, pero al momento de realizar las operaciones se confunden con los signos, por ejemplo $-5 + 2 = -7$

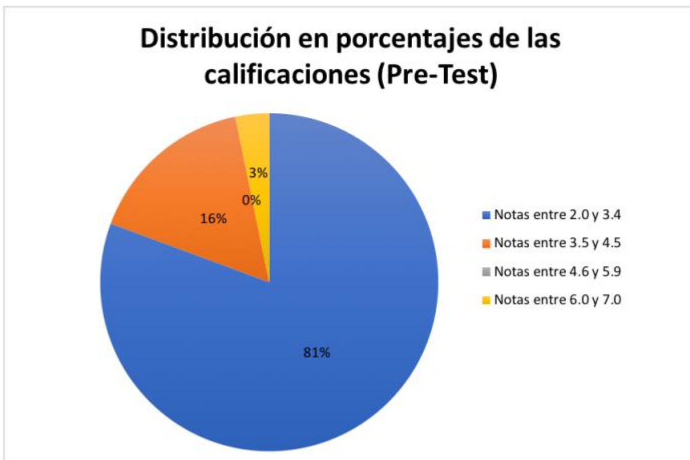
En general:

Hay estudiantes que se esfuerzan por realizar las actividades lo mejor posible, mientras que algunos se desmotivan desde un comienzo y no realizan las actividades principalmente comunican que no saben qué hacer y prefieren dejar las actividades en blanco o responder lo que creen (respuestas al azar).

5.1.2. Análisis cuantitativo del diagnóstico. (Pre-Test)

De los 31 estudiantes que realizaron el diagnóstico solo uno se encuentra en nivel destacado (3%) obteniendo una nota de 6.1, mientras que 5 se encuentran en nivel inicial (16%) próximos a la calificación 4.0 (3.5 hasta 3.9), dejando un número muy significativo de estudiantes reprobados que se encuentran en un nivel insuficiente (81%), y resaltando el hecho de que ningún estudiante se encuentra en el nivel avanzado, como se muestra en el Gráfico 1.

Gráfico 1: Distribución de porcentajes según las calificaciones obtenidas por los estudiantes en la Evaluación Diagnóstica (Pre-Test). Nivel insuficientes calificaciones entre 2.0 y 3.4, Nivel inicial calificaciones entre 3.5 y 4.5, Nivel avanzado calificaciones entre 4.6 a 5.9 y por último el Nivel destacado con calificaciones entre 6.1 a 7.0.



En cuanto a los promedios según porcentaje de logro, estos son mostrados en la Tabla 2, junto con sus desviaciones:

Tabla 2: Estadísticas obtenidas en cada actividad del Pre-Test expresadas en porcentajes

	Test	N	Media	Desv. estándar	Media de error estándar
P1.Porcentaje	1,00	31	37,94	24,829	4,459
P2.Porcentaje	1,00	31	29,0319	26,86413	4,82494
P3.Porcentaje	1,00	31	8,6013	14,82527	2,66270
P4.Porcentaje	1,00	31	14,8387	24,20344	4,34707
Ptotal.Porcentaje	1,00	31	24,5161	19,17615	3,44414

Como se puede observar, en ningún caso los porcentajes de logro superan el 40%. El más alto corresponde a la actividad 1 (37,94%) sobre el concepto de función, la cual mide la habilidad de identificar. El más bajo corresponde a la actividad 3 (8,60%), sobre las características de los términos de la función, haciendo hincapié en una habilidad de mayor dificultad como lo es analizar. En general, el porcentaje de logro promedio de los estudiantes es un 24,51%.

5.2. Resultados del aprendizaje evaluación final (Post-Test)

5.2.1. Análisis descriptivo-narrativo de la evaluación final (Post-Test)

Actividad 1: Concepto de Función

Las justificaciones son más precisas y usan la línea recta vertical para identificar si es o no una función, muy pocos estudiantes no colocan la palabra vertical, pero al dibujar la trayectoria se nota claramente que dibujan la línea vertical de verificación.

Actividad 2: Concepto de función cuadrática y Concavidad

Todos logran identificar las cuatro imágenes que representan una función cuadrática, y muy pocos tienen la confusión entre una parábola cóncava y una convexa.

Actividad 3: Características de los términos de la función cuadrática

Usan las herramientas entregadas en clase como el uso de GeoGebra, identificar el término independiente que les indica el punto de corte con el Eje Y, y la concavidad de la función usando el término cuadrático. Muy pocos se usan el cálculo del vértice en esta actividad.

Actividad 4: Cálculo y razonamiento de los elementos de la función cuadrática

Implementan la herramienta GeoGebra vista en clase para identificar los diferentes puntos solicitados en la tabla de datos, por otro lado, los estudiantes que por motivos externos no tenían celular el día de la implementación de la guía realizaron la valorización de la función, enfocándose en el punto vértice el cual brinda la información solicitada en las preguntas de análisis. Además de dar a conocer que el tiempo que destinaron a la actividad fue poco, debido a esto algunos estudiantes no alcanzan a completar en su totalidad la actividad.

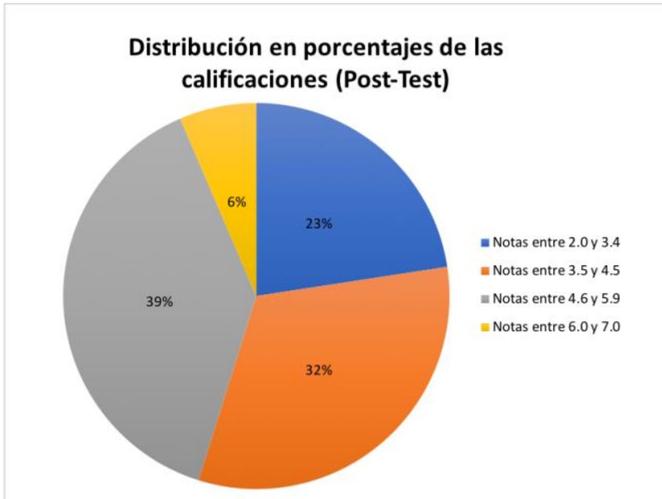
En general:

Los estudiantes muestran mayor confianza al momento de justificar sus respuestas, al igual que al analizar la situación que se les indica en las actividades.

Implementa los conocimientos impartidos en clase como la identificación de la concavidad por medio de el signo del término cuadrático, el punto de intercepción de la parábola con el eje Y usando el término independiente, el manejo de la aplicación GeoGebra tanto para verificar sus resultados como para graficar las parábolas e identificar puntos importantes de la misma.

5.2.2. Análisis cuantitativo de la evaluación final. (Post-Test)

Para la evaluación final se contemplan los resultados obtenidos por los mismos 31 estudiantes, de los cuales tenemos a 2 estudiantes en el nivel destacado (6%), en esta oportunidad 12 estudiantes logran ubicarse en el nivel avanzado (39%), mientras que 10 estudiantes se encuentran en nivel inicial (32%), dejando solo a 7 estudiantes en el nivel insuficiente (23%), como se muestra en el Gráfico 2.

Gráfico 2: Distribución de porcentajes según las calificaciones obtenidas por los estudiantes en la Evaluación Diagnóstica (Pre-Test). Nivel insuficientes calificaciones entre 2.0 y 3.4, Nivel inicial calificaciones entre 3.5 y 4.5, Nivel avanzado calificaciones entre 4.6 a 5.9 y por último el Nivel destacado con calificaciones entre 6.1 a 7.0.


Los promedios y sus desviaciones por porcentaje de logro son mostrados a continuación en la Tabla 3:

Tabla 3: Estadísticas obtenidas en cada actividad del Post-Test expresadas en porcentajes

	Test	N	Media	Desv. estándar	Media de error estándar
P1.Porcentaje	2,00	31	62,84	20,346	3,654
P2.Porcentaje	2,00	31	85,0806	18,09102	3,24924
P3.Porcentaje	2,00	31	67,7419	30,41049	5,46189
P4.Porcentaje	2,00	31	40,4690	34,80352	6,25090
Ptotal.Porcentaje	2,00	31	61,0835	19,46099	3,49530

Es posible observar que todas las actividades presentan un porcentaje de logro sobre el 40%. La de mayor porcentaje corresponde a la actividad 2 (85,08%) sobre concepto de función y concavidad y que al mismo tiempo posee la menor desviación estándar (18,09%) y la de menor porcentaje corresponde a la actividad 4 (40,46%) sobre cálculo y razonamiento de la función cuadrática y que a su vez tiene la mayor desviación estándar (34,80%). En general, el porcentaje de logro promedio de los estudiantes corresponde al 61,08%.

5.3. Análisis comparativo de los resultados del diagnóstico (Pre-Test) y la evaluación final (Post-Test)

La significancia de los resultados se obtuvo aplicando una prueba T de Student, tomando como hipótesis que las medias obtenidas son significativamente diferentes, esto dado el tamaño de las muestras (31 estudiantes), por lo que la relevancia de los resultados no es simplemente comparar los promedios sino verificar estadísticamente si estos son, como se dijo anteriormente, significativos. Podemos observar la significancia por pregunta y en total para las muestras en la Tabla 4 descrita a continuación:

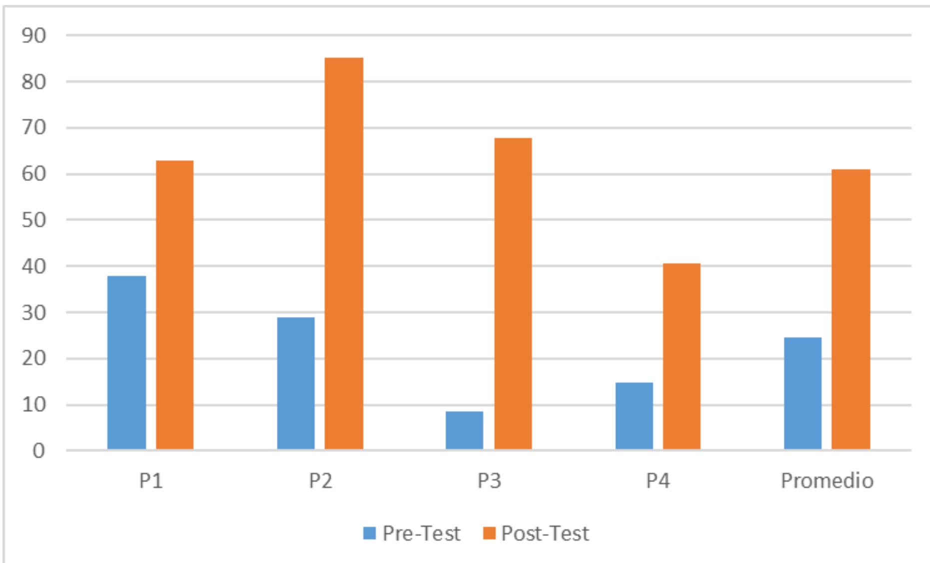
Tabla 4: Significancia obtenidas en cada actividad al comparar los resultados alcanzados en el Pre-Test y Post-Test.

		Significación P de un factor
P1.Porcentaje	Se asumen varianzas iguales	<,001
	No se asumen varianzas iguales	<,001
P2.Porcentaje	Se asumen varianzas iguales	<,001
	No se asumen varianzas iguales	<,001
P3.Porcentaje	Se asumen varianzas iguales	<,001
	No se asumen varianzas iguales	<,001
P4.Porcentaje	Se asumen varianzas iguales	<,001
	No se asumen varianzas iguales	<,001
Ptotal.Porcentaje	Se asumen varianzas iguales	<,001
	No se asumen varianzas iguales	<,001

Se observa que el nivel de significación en todas las preguntas es menor a 0.001, por lo tanto, los resultados son significativos y por lo tanto existen diferencias reales de las medias tanto por actividad como en general.

En el siguiente gráfico se muestran las comparaciones de los porcentajes de logro en ambos test:

Gráfico 3: Comparación de los porcentajes de logro obtenidos para cada actividad realizada en el Pre-Test y Post-Test.



Evidentemente los porcentajes de logro aumentaron en cada una de las actividades de las guías de trabajo. Esto nos permite evidenciar que la aplicación de GeoGebra en la enseñanza de las funciones cuadrática contribuye a mejorar el aprendizaje de este contenido.

8. CONCLUSIONES

La realización de la investigación nos permitió observar que los estudiantes cuando tienen una imagen o visión gráfica de los conceptos que se están estudiando o analizando les permite identificar más fácilmente el procedimiento algebraico a realizar, además de lograr una verificación inmediata de sus resultados usando la gráfica de la función de la actividad.

Por otro lado, el uso de la App de GeoGebra les permitió a los estudiantes visualizar correctamente las distintas gráficas relacionadas a la función lineal, función afín y función cuadrática dejando claro para los estudiantes que existen diferentes funciones y a su vez diferentes gráficas que las representan, y no todas van a ser representadas por una línea recta, sino que también pueden ser representadas por curvas. Además de permitirles observar los cambios que se obtienen al realizar las modificaciones de los términos que conforman a la función que se analiza.

Respecto al concepto de función (Actividad 1), se logra observar una movilización considerable de los conocimientos de los estudiantes, permitiendo identificar la metodología implementada por los estudiantes siendo está principalmente el método gráfico dejando al método algebraicos de un lado. Recordemos que el método planteado a los estudiantes consistió en trazar una línea recta vertical sobre el gráfico para luego analizar la cantidad de puntos de intersección obtenidos, siendo una función cuando se intersecta en solo un único punto, mientras que no es función cuando se intersecta en dos o más puntos.

Como logramos apreciar en la sección anterior, el concepto de función cuadrática y concavidad (Actividad 2), fue la actividad con mayor porcentaje de movilización, lo podemos atribuir a los siguientes factores observados durante la realización de la investigación. Un primer factor sería, la identificación rápida de las diferencias gráficas existentes entre la función lineal, función afín y la función cuadrática, un segundo factor sería, la relación establecida con los diferentes objetos observados por los mismos estudiantes pertenecientes al medio ambiente.

Al ver los resultados asociados a las características de los términos de la función cuadrática (Actividad 3), se logra que los estudiantes obtengan una representación gráfica de la parábola con la identificación del término cuadrático y del término independiente, siendo el cálculo del punto vértice el de mayor dificultad, en este últimos, los estudiantes logran diferentes habilidades para su determinación, como por ejemplo, si se muestra la gráfica en identificar las coordenadas (x, y) para luego valorar la función con el valor de x (abscisa) y obtener el valor de y (ordenada) asociado, en casos donde no se da la gráfica aplican el desarrollo de la fórmula del vértice.

Por último, al realizar el cálculo y razonamiento de los elementos de la función cuadrática (Actividad 4), podemos concluir que fue la actividad que les presentó mayor dificultad a los estudiantes, por esta razón fue la que obtuvo un menor porcentaje de logro, además se observó que la herramienta GeoGebra les permitió a los estudiantes reducir sus tiempos para la realización de la actividad a todos aquellos estudiantes que tenían acceso a dicha herramienta.

Finalmente podemos dar respuesta a la pregunta de investigación: "¿Mejora el aprendizaje de los estudiantes sobre los conceptos de función y función cuadrática cuando los estudiantes usan GeoGebra como herramienta de apoyo?". Podemos concluir que el uso de la herramienta GeoGebra por medio de su aplicación de celular, le permite a los estudiantes definir el grado de dificultad al realizar las actividades, de manera que logran priorizan la resolución de aquellas que puedan implementar la identificación por medio de la gráfica de la función cuadrática, dejando las actividades donde es necesario la realización de cálculos para desarrollarlas posteriormente y dedicarles un mayor tiempo. Además de permitirles establecer diferencias puntuales a partir de las gráficas las cuales están directamente relacionadas con aspectos algebraicos de la función cuadrática, permitiendo una movilización significativa en los conceptos relacionados con la función y función cuadrática.

9. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Alpízar M, Fernández H, Morales J, Quesada S (2018). Dificultades y errores en estudiantes de educación secundaria en el aprendizaje de la función lineal. Universidad Nacional de Costa Rica Heredia, Costa Rica. Recuperado de: https://www.researchgate.net/publication/327392179
- Alvarez J, Garcia D, Erazo C, Erazo J (2020). GeoGebra como estrategia de enseñanza de la Matemática. EPISTEME KOINONIA Revista Electrónica de Ciencias de la Educación, Humanidades, Artes y Bellas Artes. Santa Ana de Coro, Venezuela. Recuperado de: https://www.researchgate.net/publication/351200874_GeoGebra_como_estrategia_de_ensenanza_de_la_Matematica
- Díaz M, Haye E, Montenegro F, Córdoba L (2013). Dificultades de los alumnos para articular representaciones gráficas y algebraicas de funciones lineales y cuadráticas. I CEMACYC, República Dominicana. Recuperado de: http://ciaem-redumate.org/memorias-icemacyc/373-401-2-DR-C.pdf
- Dolores C. y María V. (2004). Estabilidad y cambio de concepciones alternativas acerca del análisis de funciones en situación escolar. Acta Latinoamericana de Matemática Educativa Vol. 17. Recuperado de: https://core.ac.uk/download/pdf/33252788.pdf
- Gómez P. (1997) Tecnología y Educación Matemática. http://funes.uniandes.edu.co/319/1/GomezP97-1919.pdf
- McDermott L, Rosenquist M, Van ZeeE (1987). Student difficulties in connecting graphs and physics: Examples from kinematics. Recuperado de: http://ishtar.df.unibo.it/Uni/bo/scienze/all/pecori/stuff/Didattica/McDermottAJP1987.pdf
- Ministerio de Educación Chile, (2016). Matemática Programa de Estudio Segundo Medio. Santiago: Ministerio de Educación. Recuperado de: https://www.curriculumnacional.cl/portal/Educacion-General/Matematica/Matematica-2-medio/
- Ministerio de Educación Chile, Unidad de Currículum y Evaluación (2020). Priorización Curricular Covic-19 Matemática 1º Básico a 4º Medio. Santiago: Ministerio de Educación. Recuperado de https://www.curriculumnacional.cl/614/articles-177735_archivo_01.pdf
- Ministerio de Educación Chile, Unidad de Currículum y Evaluación (2015). Bases Curriculares 7º básico a 2º medio (p. 93-125). Santiago: Ministerio de Educación.
- Orrantia, J. (2006). Dificultades en el aprendizaje de las matemáticas: una perspectiva evolutiva. Revista Psicopedagogía. Recuperado de: http://pepsic.bvsalud.org/pdf/psicoped/v23n71/v23n71a10.pdf
- Pari-Condori, A. (2019). El impacto de GeoGebra en el desarrollo profesional del profesorado de matemáticas. Memorias de la I Jornada Ecuatoriana de GeoGebra. Recuperado de: http://repositorio.unae.edu.ec/handle/56000/1218
- Pozo J, Carretero M (1987). Del Pensamiento Formal a las Concepciones espontáneas: ¿Qué Cambia en la Enseñanza de la Ciencia?” Recuperado de:

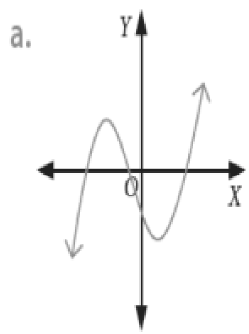
https://www.researchgate.net/publication/28278556_Del_Pensamiento_Formal_a_las_Concepciones_Espontaneas_Que_Cambia_en_la_Ensenanza_de_la_Ciencia

- Pozo, J. (2006). Nuevas formas de pensar la enseñanza y el aprendizaje. Universidad Autónoma de Madrid. Ediciones Morata, S. L. Recuperado de: http://www.terras.edu.ar/biblioteca/6/6TA_Pozo_1_Unidad_1.pdf
- Veloso A. (2012). Incorporación de las TIC en el sistema escolar chileno. Recuperado de: https://www.academia.edu/3861982/Conectivismo_como_teor%C3%ADa_del_aprendizaje_concepto_ideas_y_posibles_limitaciones
- Wainer H. (1992) Comprensión de gráficos y tablas. Recuperado de: http://csis.pace.edu/~marchese/CS397Z/Midterm/wainer_table_design.pdf

10. ANEXOS

Anexo 1: Guía de trabajo Diagnóstica (Pre-Test)

1. Observa y analiza cada una de las siguientes gráficas. Indica en cada gráfico **si es o no una representación de una función,** marcando con una “X” el recuadro de correspondiente luego escribir con tus propias palabras la justificación de tu respuesta.

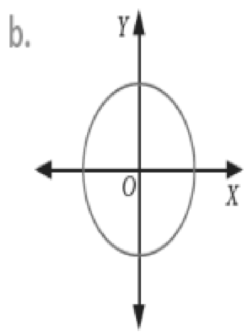


☐ Si es función

☐ No es función

☐ No sé

Justificación:

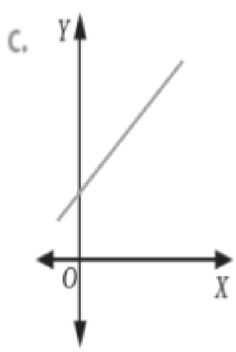


☐ Si es función

☐ No es función

☐ No sé

Justificación:



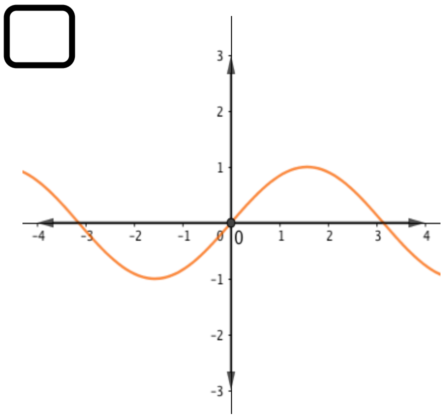
☐ Si es función

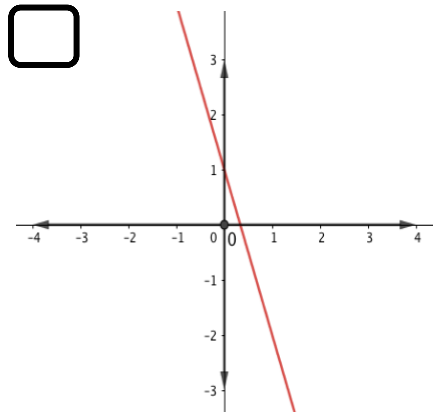
☐ No es función

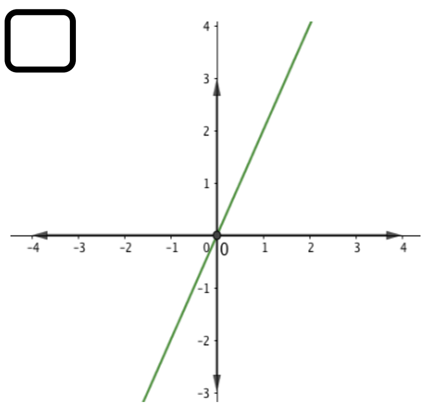
☐ No sé

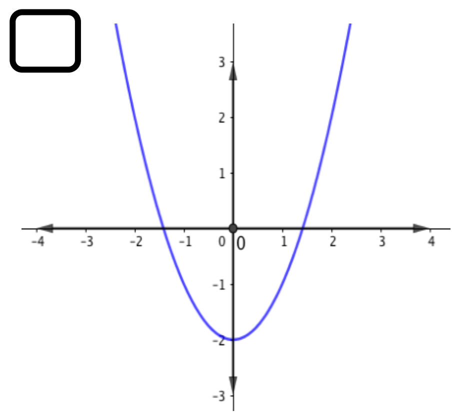
Justificación:

2. Observa y analiza cada una de las siguientes gráficas. Selecciona con una “X” el recuadro correspondiente a la **gráfica que representa a una función cuadrática**, luego escribe con tus palabras el porqué de tu selección.



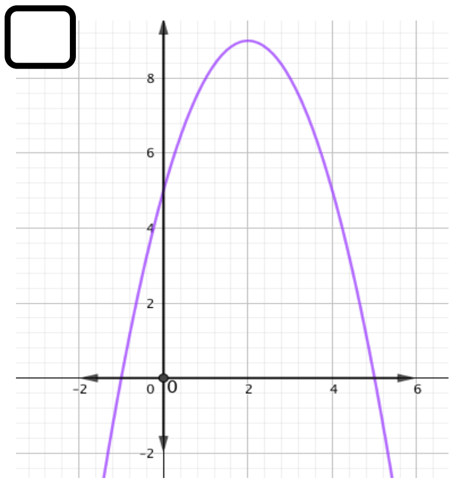


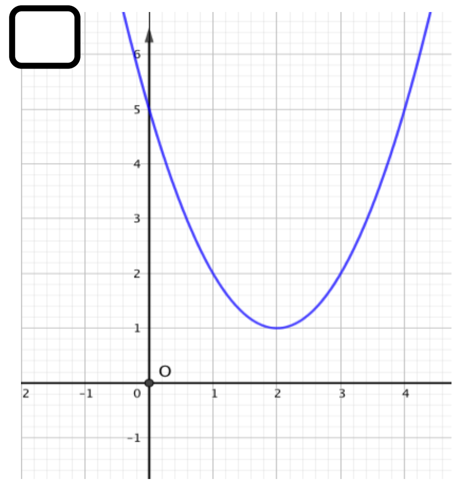


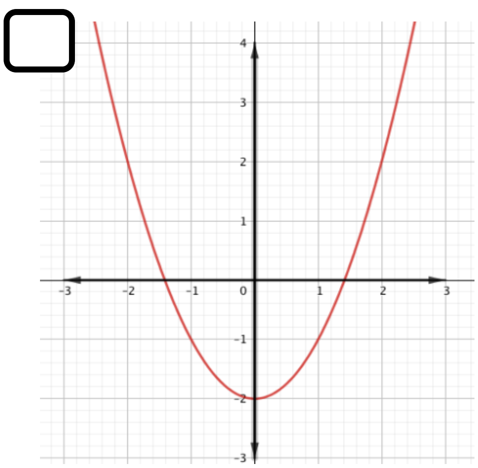


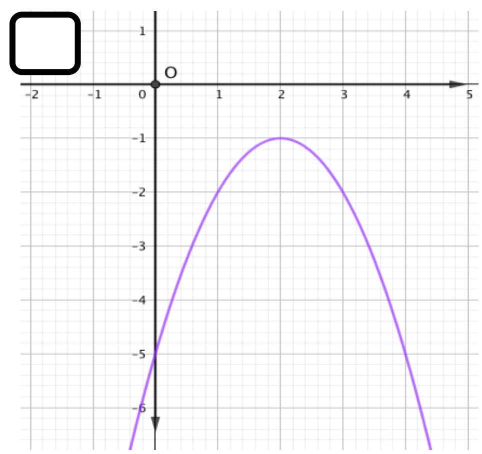
Justificación:

3. Observa y analiza las siguientes gráficas. Selecciona con una “X” el recuadro correspondiente a la representación gráfica la función $f(x) = -x^2 + 4x + 5$, luego escribir con tus palabras el porqué de tu selección.







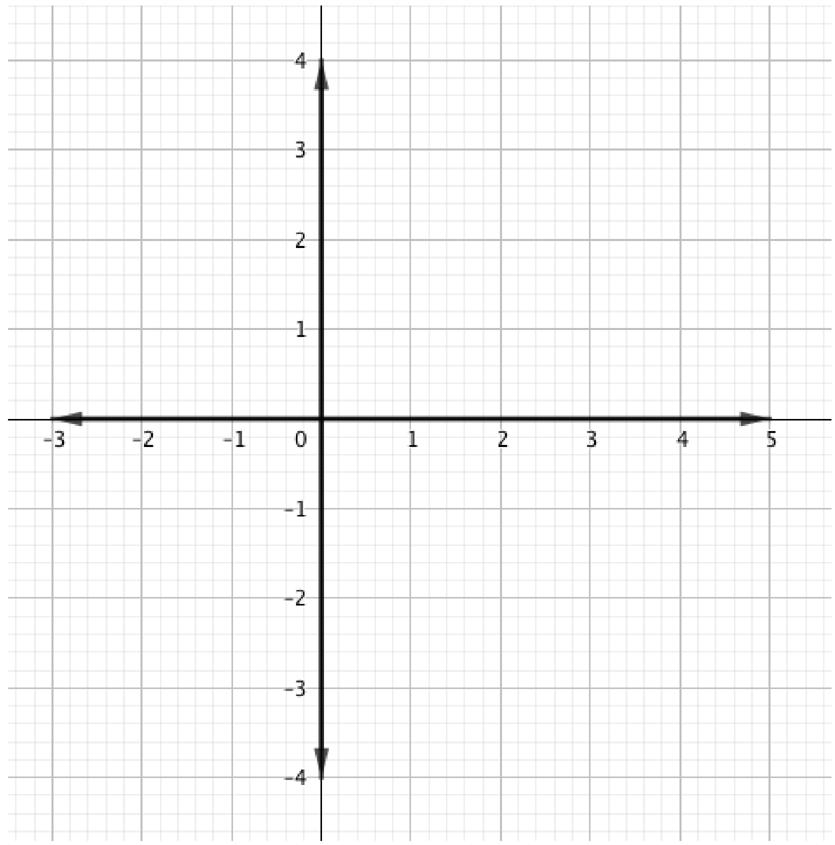


Justificación:

4. Construye una tabla de valores y la gráfica de la siguiente función:

$$f(x) = x^2 - 6x + 2$$

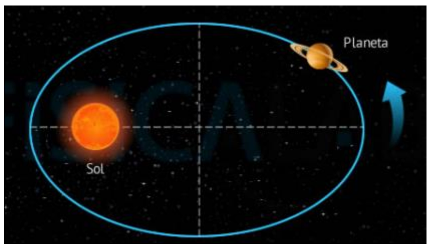
x	$f(x)$
1	
2	
3	
4	
5	

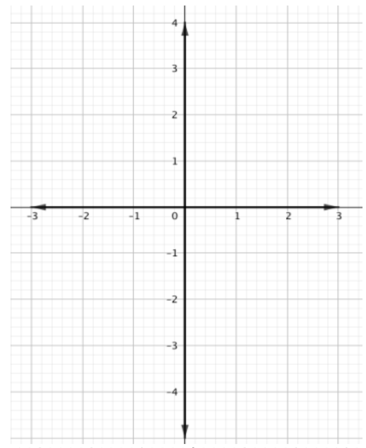


Anexo 2: Guía de trabajo Evaluación Final (Post-Test)

1. Observa las siguientes imágenes que muestran las trayectorias realizadas por diferentes objetos. Analiza la trayectoria del objeto para luego dibujar la curva que representa la trayectoria del objeto **y explica con tus palabras si las trayectorias representan una FUNCIÓN**

a)





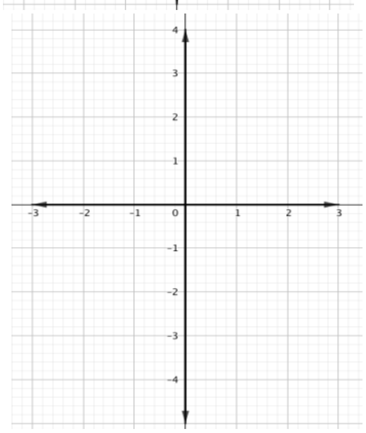
La orbita del planeta:

____

____

____

b)



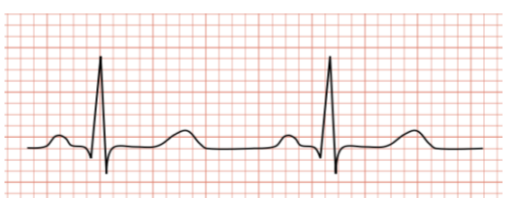
El patinador:

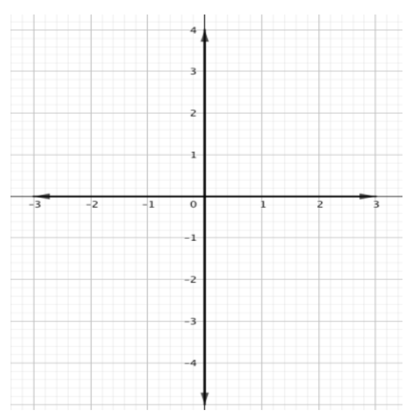
____

____

____

c)





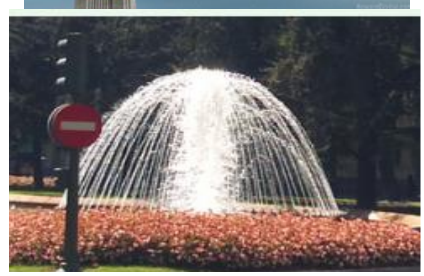
Electrocardiograma:

____

____

____

2. Observa las siguientes imágenes que representan diferentes funciones. **Analiza y selecciona cuál o cuáles de ellas representan una FUNCIÓN CUADRÁTICA para luego clasificarla según su concavidad**



Clasificación:

____

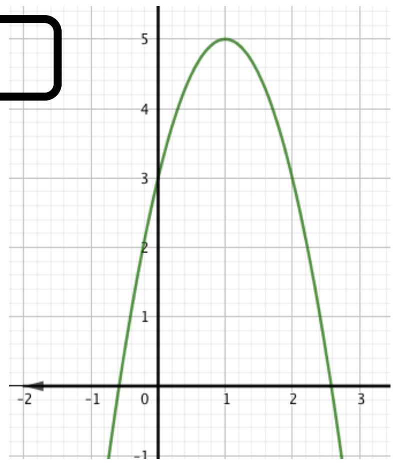
____

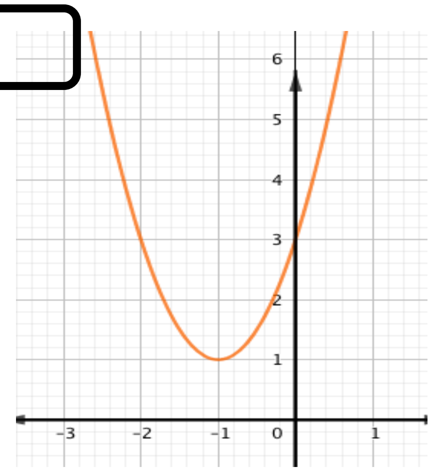
____

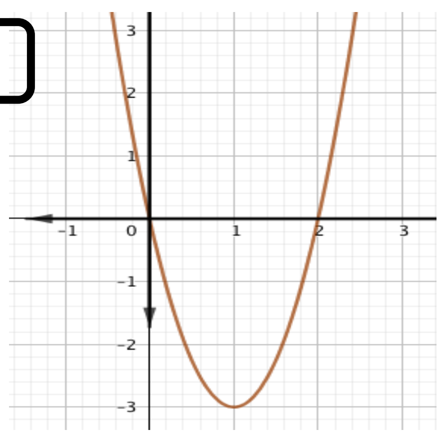
____

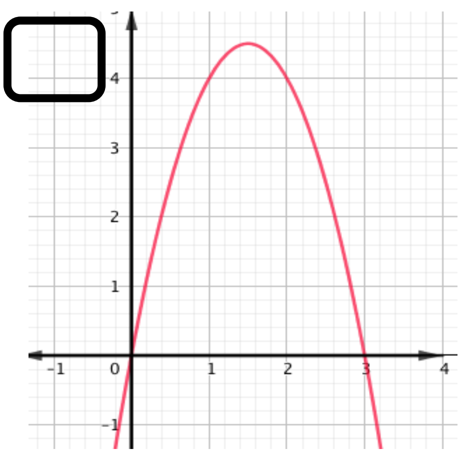
3. Observa y analiza la situación planteada. Selecciona con una "X" el recuadro correspondiente a la representación gráfica **la situación**, **luego justifica tu respuesta con los procedimientos y cálculos correspondientes vistos en clase (concavidad, vértice y punto de corte eje y)**

Situación: La altura máxima de un avión que vuela entre dos ciudades se puede modelar con la función $h(t) = 6t - 2t^2$ donde $h(t)$ es la altura en metros y t es el tiempo en minutos transcurridos una vez que despega el avión.









Justificación:

____

____

____

____

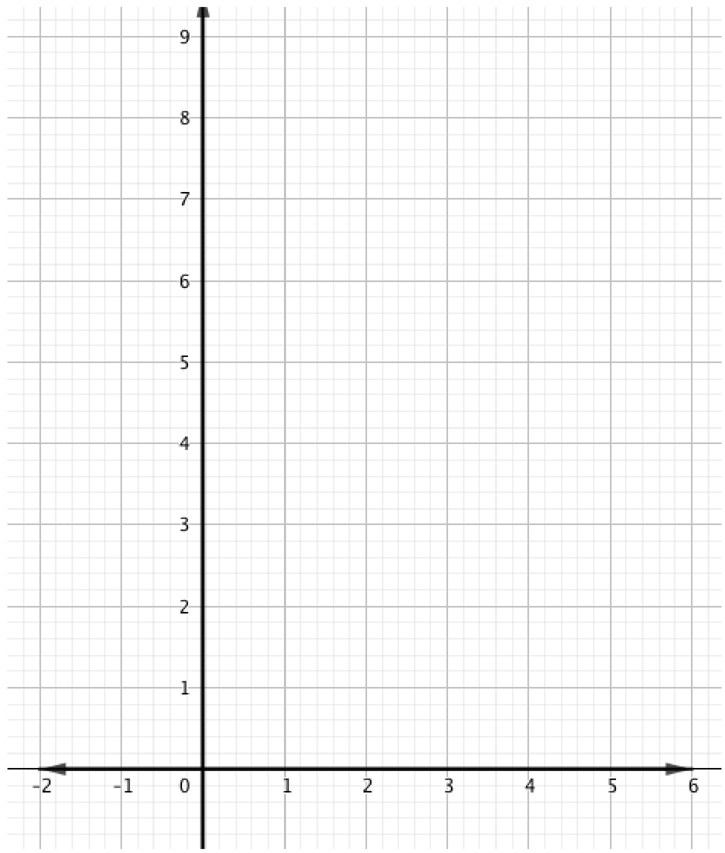
____

____

4. Completa la tabla de valores y realiza la gráfica correspondiente a la situación planteada, luego responde las preguntas

Situación: Durante un juego de voleibol, la pelota es lanzada hacia arriba, La altura de la pelota en cada instante t viene dada por la función $h(t) = -t^2 + 4t + 5$, donde $h(t)$ se mide en metros y t el tiempo en segundos.

t	$h(t)$
0	
2	
4	
5	



a) ¿Cuántos segundos tarda la pelota en alcanzar la altura máxima?

b) ¿Cuál es la altura máxima que alcanza la pelota?

c) ¿Cuál es el tiempo de vuelo de la pelota?