



**Resolución de Problemas de la Unidad de Álgebra 1° Medio:
Un análisis comparativo de errores y dificultades en tres Colegios
De la Región Metropolitana.**

Autores : Cesar Correa González

Francisco Muñoz Parga

Dante Salinas Morales

Juan Wyss Lagos

Profesora Guía: Vilma Rivas Hanson

Tesis para optar al Título de Profesor de Enseñanza Media con Mención en Matemática

Tesis para optar al Grado de Licenciado en Educación

Agosto de 2014

Santiago, Chile

INDICE

Presentación

Capítulo I

	Página
1.- Introducción	1
1.1 Propósito de la Investigación	4
1.2 Problema de Investigación	5
1.3 Relevancia del Problema	9
1.4. Objetivos de la Investigación	11

Capítulo II

2.- Marco Teórico	12
2.1- Resolución de Problemas y Habilidades Matemáticas	13
2.1.2.- Problemas Matemáticos	15
2.2.- Comprensión de Problemas Matemáticos	17
2.3.-Resolución de Problemas Matemáticos	20
2.4.- Situaciones o Problemas a Resolver	22
2.5.- Aportes de George Polya	23
2.6.- Errores y Dificultades Matemáticas	29

Capítulo III Marco Metodológico

3.1	Diseño y tipo de Investigación	32
3.2.-	Población y Muestra	34
3.3.-	Técnicas e Instrumentos de Recolección de Información	40
3.4.-	Método de Análisis y Tratamiento de la Información	43
Capítulo IV Presentación de los Resultados		
4	Resultados Cuantitativos	45
4.1.-	Resultados y Análisis por Preguntas	46
4.2.-	Resultados Globales del Instrumento	77
4.2.1.-	Resultados Generales	77
4.2.2.-	Resultados Generales por Indicador	79
4.3.-	Resultados Generales por Variable	81
4.3.1.-	Resultados comparados por Colegio a Nivel General	82
4.3.2.-	Resultados Comparados s por Colegio a Nivel de Indicadores	84
4.3.3.-	Resultados comparados por colegio a Nivel de Variables	88
4.3.4.-	Dispersión y Simetría de los Resultados comparativos por Colegio	89
4.4.-	Característica de los Errores por Colegio	92
Capítulo V Conclusiones		98
VI	Recomendaciones	104
VII	Bibliografía	106
	Anexos	107

PRESENTACIÓN

La importancia de la siguiente investigación es tratar de abordar los errores y dificultades que presentan los estudiantes en la resolución de problemas matemáticos, situación que afecta a un número significativo de educandos del país y que se ha constatado en diferentes mediciones nacionales y en las evaluaciones internacionales como son la prueba SIMCE, PISA y la prueba TIMMS, respectivamente.

Por lo tanto nuestra investigación tiene como objetivo identificar y analizar errores y dificultades más frecuentes en que incurren estudiantes de primero medio de tres liceos de la Región Metropolitana - Colegio "San Valentín" de La Florida, Liceo Politécnico "El Bollenar" de Melipilla y el Instituto "Sagrado Corazón" de San Bernardo - en la resolución de problemas pertenecientes a la Unidad de Álgebra. Para cumplir dicho objetivo, se elabora un instrumento de evaluación que aborda la resolución de problemas basándose en las 4 etapas de George Polya, (matemático húngaro que hace un importante aporte con su método heurístico) tomadas como variables a medir en dicho instrumento.

En el capítulo 1, se presenta el problema que da origen a la presente investigación, así como los objetivos que la encausan. Se muestran los bajos logros alcanzados por los estudiantes chilenos en pruebas estandarizadas internacionales como son la prueba Pisa y la TIMMS.

El capítulo 2, correspondiente al marco teórico, se plantea que para abordar la resolución de problemas hay que hacerlo en dos elementos que son claves: la Comprensión de Problemas Matemáticos y la resolución de éstos. Es por eso que es necesario aclarar conceptos claves que son: Definición de problema, definición de problema matemático, definición de error matemático y dificultad. Para desarrollar el objetivo de la investigación se utiliza la teoría de George Polya.

En el capítulo 3 damos cuenta que el enfoque de la investigación es de carácter mixto, cuantitativo y cualitativo, por apoyarse en técnicas de distintos tipos, recolección de datos de acuerdo a los resultados obtenidos y caracterización de los errores y dificultades presentadas por los estudiantes en la resolución de problemas. Se aborda los aspectos técnicos del instrumento desarrollado como herramienta para detectar los errores y dificultades.

En el capítulo 4 se abordan los resultados obtenidos en la aplicación del instrumento, en el cual en una primera etapa se realiza un análisis comparativo, utilizando elementos de la estadística descriptiva y en segundo lugar se realiza un análisis comparativo caracterizando los errores y dificultades cometidas por los estudiantes (análisis cualitativo).

En el capítulo V, correspondiente a las conclusiones, estas se abordan de acuerdo al análisis comparativo en relación a los resultados obtenidos por los estudiantes de los tres liceos y de las características propias de cada uno de ellos en cuanto a variables como entorno socio-cultural y económico, dependencia administrativa (Municipal, Particular subvencionado y particular).

Finalmente se realizan sugerencias para posibles soluciones a la problemática planteada a la luz de los antecedentes presentados, los cuales a priori depende en cierta medida de tres elementos claves que son Metodología de Enseñanza, Organización interna de los establecimientos educacionales (Gestión Curricular) y características de los alumnos.

CAPÍTULO I

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.- INTRODUCCIÓN

En la educación tradicional, dentro de los objetivos transversales del currículo de matemáticas, está el promover la autonomía de pensamiento de los estudiantes y desde ahí, la autonomía personal, así como la disposición para enfrentar desafíos y situaciones nuevas. Igualmente, en esta asignatura, se debe fomentar el desarrollo de valores como la responsabilidad individual y colectiva frente a trabajos y tareas que se plantean.

Del mismo modo, que los estudiantes puedan analizar las propias estrategias de reflexión y abrirse a la diversidad de procedimientos y nuevas ideas, les permitiría valorar los distintos modos de pensar y, por lo tanto, de ser.

A través de la aplicación de la matemática a la vida cotidiana y del análisis e interpretación de información relacionada con problemas del medio ambiente, económicos y sociales, los estudiantes de enseñanza media lograrían ampliar su capacidad de juicio y de aplicación de criterios que permitan tomar decisiones correctas frente a las situaciones analizadas. Es importante que puedan manifestar sus opiniones, para llegar a conclusiones, como grupo, luego de

analizar y discutir los datos obtenidos, permitiéndoles desarrollar habilidades comunicativas relacionadas con la expresión clara y eficaz de sus propias opiniones, ideas y sentimientos. Igualmente, deberían ampliar su capacidad de expresión al utilizar los números para comunicar información en forma oral y escrita, ya sea de la vida cotidiana o del ámbito del conocimiento formal.

Sin embargo, en la práctica, pueden ocurrir situaciones o existir condiciones que no permitan el desarrollo de las capacidades señaladas en los párrafos anteriores.

En la unidad de álgebra, el estudiante se ve enfrentado a utilizar un lenguaje nuevo de representación de situaciones y problemas, la utilización de objetos matemáticos nuevos como son las incógnitas de una ecuación, el significado de igualdad, la extrapolación de los diferentes términos algebraicos dentro de una ecuación, la generalización de un problema como el cálculo de área de alguna figura geométrica en donde su expresión algebraica siempre será la misma para distintos datos, entre otras nuevas dificultades, que surgen en el aprendizaje de estos tópicos. Las operaciones algebraicas son totalmente distintas a las acostumbradas por los estudiantes, que al resolver problemas matemáticos

utilizando distintos valores numéricos, siguen un orden lógico y concreto que en alguna medida no ofrece el álgebra.

Así, el presente trabajo de investigación pretende identificar los principales errores y dificultades que tienen los estudiantes de primero medio en la resolución de problemas de ecuaciones lineales de primer grado, pertenecientes a la unidad de álgebra. Se supone que los estudiantes ya han tenido un conocimiento de preálgebra o álgebra inicial aprendida en los niveles de enseñanza anteriores, por lo tanto, debieran ser capaces de aplicar los conocimientos adquiridos en una prueba de Resolución de Problemas que nos permitirá identificar y analizar los errores en que incurren en su desarrollo.

1.1.- Propósito de la Investigación

La resolución de un problema implica la búsqueda de estrategias para encontrar la o las soluciones a dicho enigma. Para determinar la validez de dicha solución (o soluciones), debemos valernos de la lógica formal¹, ciencia que estudia precisamente métodos y principios para distinguir si un razonamiento es correcto o incorrecto. La lógica formal puede ser expresada utilizando la escritura alfabética normal o alguna notación que facilite la lectura tanto de la verdad lógica de un enunciado, como de la corrección lógica de la inferencia de un enunciado a partir de otro.

Actualmente, la lógica es considerada una actividad de construcción de lenguajes, por lo tanto, estudiar la lógica particular de un área científica determinada, como lo es la lógica matemática, implica necesariamente estudiar su particular lenguaje.

En los enunciados de problemas matemáticos se mezclan tanto el lenguaje verbal como el simbólico matemático, por lo tanto es importante que para

¹ ROSEN, K. H. Matemática Discreta y sus Aplicaciones. Chile, McGraw Hill, 2004. 534 p.

desarrollar la habilidad matemática, se debe desarrollar también la habilidad de comprensión lingüística, escrita y oral, de dicho enunciado.

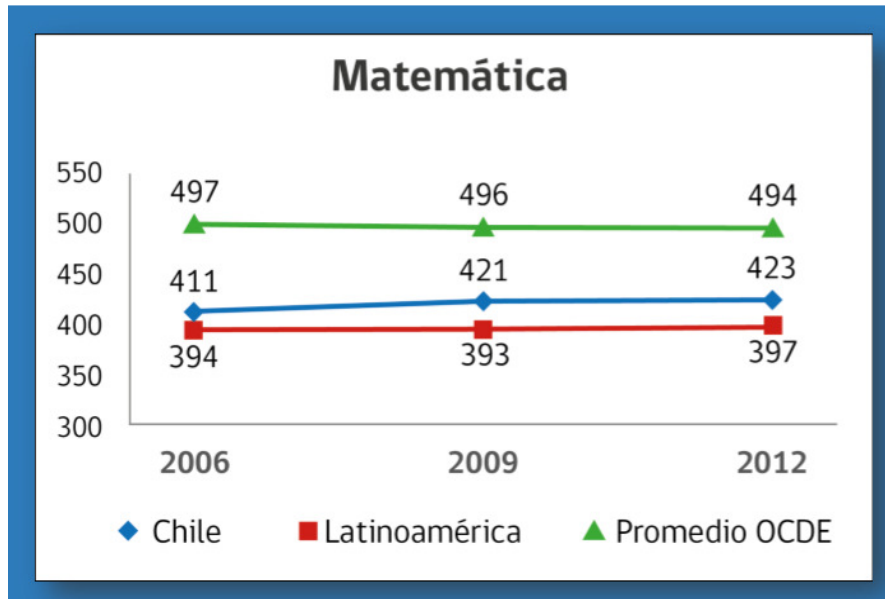
En particular, esta investigación consistirá en identificar errores y dificultades en la resolución de problemas modelables mediante ecuaciones lineales de primer grado, en la asignatura de Matemática, en tres primeros medios pertenecientes a los colegios: San Valentín de la comuna de La Florida, Instituto Sagrado Corazón de San Bernardo y Liceo Politécnico El Bollenar de Melipilla. Posteriormente, se efectuará un análisis comparativo de los errores y dificultades detectadas, para indagar acerca de las posibles causas que incidirían en su ocurrencia.

1.2.- Problema de Investigación

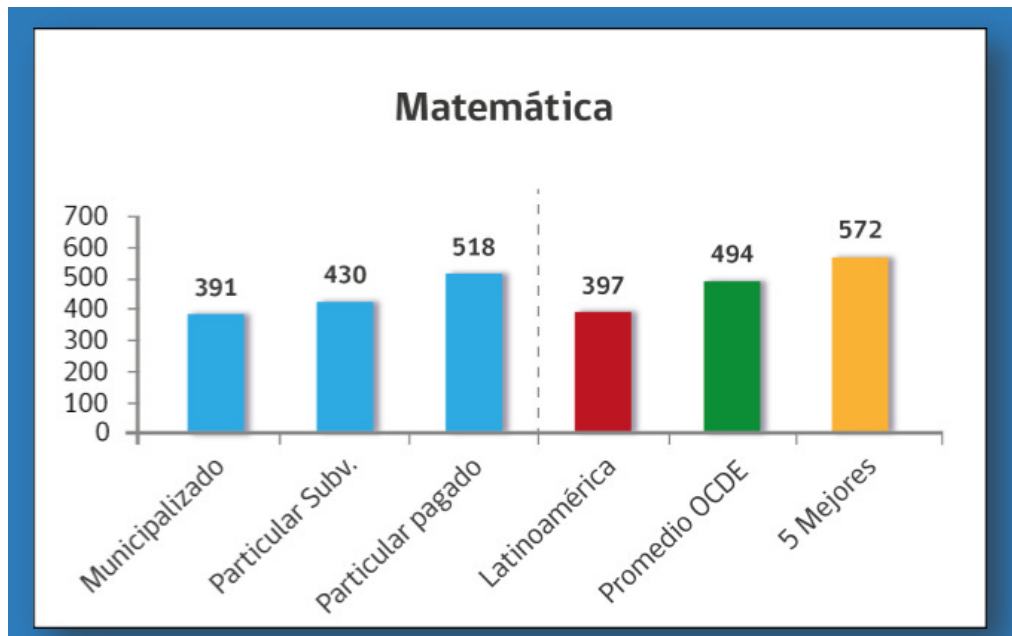
Nuestra investigación surge como inquietud generada por los bajos resultados obtenidos por los estudiantes chilenos en pruebas estandarizadas tanto nacionales como internacionales y las evidencias observadas en nuestro ejercicio de la docencia en la asignatura de Matemática.

Según los resultados obtenidos en la prueba de PISA realizada el 2012 (que realiza evaluaciones en lenguaje, matemáticas y ciencias)² Chile obtiene el primer lugar en Latinoamérica en las tres disciplinas, sin embargo matemáticas es el más bajo. *“En Matemática, un 52% de los estudiantes no demuestra tener una base mínima de preparación para enfrentar los desafíos de la vida en la sociedad moderna. En la medición de 2006, el 55% de los estudiantes demostró no tener una base mínima de preparación”*. Por otro lado *“Chile se encuentra a 71 puntos del promedio de la OCDE y entre el lugar 50-52 de los 65 países evaluados”*. A la luz de los resultados de esta evaluación nuestro país está muy por debajo de los países desarrollados, esto habla de un bajo desempeño en matemáticas y específicamente en la resolución de problemas (ver gráfico).

² http://www.educacion2020.cl/sites/default/files/resultadospisa2012chile_agencia.pdf



Por otro lado esta evaluación revela la brecha existente entre los colegios de dependencia municipal, subvencionado particular y particular.



Fuente: Resultados Prueba PISA 2012. <http://www.educacion2020.cl/documentos/29>

Por otra parte, en la prueba TIMSS (Tendencias en el Estudio Internacional de Matemáticas y Ciencias), que es una evaluación de los conocimientos de matemática y ciencia de los estudiantes de cuarto y octavo grado, en países alrededor de todo el mundo, los resultados obtenidos por los estudiantes chilenos en el año 2011 permiten concluir una brecha significativa similar a la evaluación PISA, como se observa en el siguiente cuadro:

Tabla 5. Puntajes promedio obtenidos por los estudiantes de países participantes en Matemática TIMSS 2011

País	Puntaje promedio*	País	Puntaje promedio*	País	Puntaje promedio*
Corea del Sur	613 ↑	Centro de la escala TIMSS	500	Tailandia	427 ↓
Singapur	611 ↑	Italia	498	Macedonia	426 ↓
China Taipei	609 ↑	Nueva Zelanda	488 ↓	Túnez	425 ↓
Hong Kong SAR	586 ↑	Kazajistán	487 ↓	Chile	416 ↓
Japón	570 ↑	Suecia	484 ↓	Irán	415 ↓
Rusia	539 ↑	Ucrania	479 ↓	Qatar	410 ↓
Israel	516 ↑	Noruega	475 ↓	Baréin	409 ↓
Finlandia	514 ↑	Armenia	467 ↓	Jordania	406 ↓
Estados Unidos	509 ↑	Rumania	458 ↓	Palestina	404 ↓
Inglaterra	507	Emiratos Árabes Unidos	456 ↓	Arabia Saudita	394 ↓
Hungría	505	Turquía	452 ↓	Indonesia	386 ↓
Australia	505	El Líbano	449 ↓	Siria	380 ↓
Eslovenia	505 ↑	Malasia	440 ↓	Marruecos	371 ↓
Lituania	502	Georgia	431 ↓	Omán	366 ↓
				Ghana	331 ↓

Fuente: Resultados TIMSS 2011³

³ [http://www.mineduc.cl/usuarios/acalidad/doc/201301151653440.Informe_Resultados_TIMSS_2011_Chile_\(10-01-13\).pdf](http://www.mineduc.cl/usuarios/acalidad/doc/201301151653440.Informe_Resultados_TIMSS_2011_Chile_(10-01-13).pdf).

Dado que estas evaluaciones se centran en preguntas de resolución de problemas, se puede apreciar que los estudiantes chilenos presentan dificultades en este tipo de preguntas y la brecha entre las distintas dependencias de los colegios se mantiene en este tipo de evaluaciones. A la luz de los antecedentes y la problemática descrita es que la presente investigación se centra en determinar los errores y dificultades que presentan los estudiantes en la resolución de problemas.

1.3.- Relevancia del Problema

En nuestra tradición cultural la resolución de problemas se considera una tarea básica de la matemática, que promueve y representa distintos procesos de razonamiento.

En esta perspectiva, conocer el proceso de comprensión y de resolución de problemas matemáticos nos permitirá identificar, analizar y entender de mejor manera, los errores y dificultades más frecuentes, siendo útil este conocimiento para estudiantes de Pedagogía, además de profesores y profesoras, que desean mejorar sus prácticas en aula. Además, la habilidad para comprender y resolver

problemas, en general, no sólo atañe al área de la matemática, sino que es útil para todas las asignaturas, ya que el desarrollo de esta habilidad mejora la construcción de aprendizajes, en forma transversal.

1.4. Objetivos de la Investigación

Objetivo General:

Identificar y analizar los errores y dificultades más frecuentes en que incurren estudiantes de primero medio en la resolución de problemas pertenecientes a la Unidad de Álgebra en tres liceos de la Región Metropolitana: Colegio "San Valentín" de La Florida, Liceo Politécnico "El Bollenar" de Melipilla y el Instituto "Sagrado Corazón" de San Bernardo,

Objetivos Específicos:

- Elaborar y aplicar un instrumento basado en la metodología de G. Polya que evalúe la resolución de problemas en el contenido de Ecuaciones Lineales de primer grado.
- Observar y analizar procedimientos y estrategias que utilizan los estudiantes en el proceso de resolución de problemas Algebraicos.
- Identificar errores y dificultades más comunes en que incurren los estudiantes en el proceso de resolución de problemas que involucran Ecuaciones Lineales de primer Grado.
- Analizar comparativamente los resultados obtenidos en los tres colegios.

CAPITULO II
MARCO TEÓRICO

Para realizar un proceso de investigación educativa, debemos precisar los conceptos principales que utilizaremos como fundamento en su desarrollo, que nos servirán como referencia común en todas las etapas de dicho proceso.

Además, revisaremos las principales teorías que nos permitan sustentar las estrategias metodológicas propuestas para identificar los principales errores y dificultades en que incurren los estudiantes en la resolución de problemas matemáticos, como resultado de la investigación.

2.1.- Resolución de Problemas y Habilidades Matemáticas.

Históricamente, el desarrollo de la ciencia matemática ha sido sistemático hasta nuestro siglo, sin embargo, en el siglo pasado, con el avance de la psicología y pedagogía, han surgido teorías que explican en profundidad el aprendizaje matemático.

Para comprender y disminuir las dificultades que presentan los estudiantes en Matemática, específicamente en comprensión y resolución de problemas, nos basamos en el moderno paradigma en la ciencia matemática, que considera el

proceso de enseñanza y aprendizaje de esta área del conocimiento, como el desarrollo de la “Habilidad Matemática”⁴, entendida como el proceso de construcción que realiza el estudiante para resolver problemas en el ámbito de la matemática, es decir, saber resolver problemas. Este proceso implica buscar, comprender y utilizar conceptos, propiedades, relaciones, procedimientos matemáticos, estrategias de trabajo, realizar razonamientos y juicios que sean necesarios. La habilidad matemática precisa cómo el sujeto se relaciona con la situación problemática y obtiene su solución, es decir, aquellos razonamientos, estrategias y acciones que llevan al éxito en la solución de un problema.

Concuerda esta visión de la matemática con los planes y programas de estudio, elaborados por el Ministerio de Educación, en los cuales la resolución de problemas es transversal a los cuatro ejes temáticos de la asignatura:

“Atraviesa los otros ejes ya descritos, se ponen a prueba los conocimientos adquiridos y se enfatiza en el desarrollo de la habilidad para resolver problemas. Se trata de hacer que niños y niñas comprendan el

⁴ FERRER, Maribel y REBOLLAR Alfredo. Cómo dirigir el proceso de formación de Habilidades Matemáticas. Santiago de Cuba, Instituto Superior Pedagógico “Frank País García”, 2003. 256p.

contenido de los problemas; determinen qué información se tiene y cuál se debe encontrar; sean capaces de construir procedimientos y/o utilizar (o adaptar) los procedimientos conocidos, escogiéndolos tanto en función de las características del problema como de sus propias capacidades, conocimientos, formas de razonamiento; encuentren una o varias soluciones, las verifiquen y evalúen en función de las hipótesis iniciales y puedan, a partir del problema resuelto, plantearse y resolver nuevas preguntas o situaciones.”⁵

Problemas Matemáticos

En general, cuando abordamos un problema, enfrentamos algún obstáculo o dificultad que nos impide progresar o avanzar en la consecución de algún objetivo, implicando, de esta manera, la necesidad de resolverlo.

⁵ PORTAL DE Ministerio de Educación [en línea] www.curriculum-mineduc.cl/docs/fichas/5b01_castellano.pdf/

Según Celia Rizo Cabrera y Luis Campistrous Pérez:

"Se denomina problema a toda situación en la que hay un planteamiento inicial y una exigencia que obliga a transformarlo. La vía para pasar de la situación o planteamiento inicial a la nueva situación exigida tiene que ser desconocida y la persona debe querer hacer la transformación".⁶

Entonces, para desarrollar la habilidad matemática, necesariamente tenemos que analizar los problemas matemáticos, para ello abordaremos esta tarea en función de sus dos aspectos más relevantes: en primer lugar, el proceso de comprensión que debe efectuar el sujeto cuando se le presenta el problema, oral o escrito y, en segundo lugar, el proceso de resolución del problema una vez comprendido.

⁶CAMPISTROUS, Luis y RIZO, Celia. Aprende a resolver problemas aritméticos. Ciudad de la Habana, Editorial Pueblo y Educación, 1997. 320p.

2.2- Comprensión de Problemas Matemáticos

Para abordar la comprensión de un problema matemático, distinguimos dos tipos de problemas: “Mal definidos”, que hacen uso de esquemas restringidos, rígidos y de uso obligatorio para llegar a la solución, y “Bien definidos”, que utilizan esquemas amplios, que implican estrategias creativas y relativas a situaciones específicas para darles solución.

Situándonos en aquellos problemas que están bien definidos, debemos entonces conocer cómo el estudiante, desde un punto de vista cognitivo, aprende las habilidades de comprensión y posterior resolución de problemas matemáticos.

Comprender problemas matemáticos, implica reconocer en el planteamiento lo que se está preguntando. La lectura como actividad también implica reconocer los elementos esenciales de un problema incluso la interpretación y comparación con otra información externa. En consecuencia, todo acto tendiente a comprender un problema, tiene por definición, dos aspectos complementarios: descifrar caracteres alfabéticos, numéricos o alfanuméricos que constituyen el enunciado

del problema, y la comprensión e interpretación de las ideas que se expresan en él.

La comprensión de un problema matemático tiene elementos similares al proceso de la comprensión lectora que requiere del manejo de ciertos elementos propios de un lenguaje, a través del cual se construye el significado del problema, por la vía de identificar sus ideas relevantes y relacionarlas con las ideas que ya se tiene.

En el caso de la comprensión lectora, la interacción entre el lector y el texto es el fundamento de la comprensión. En este proceso de comprender, el lector relaciona la información que el autor le presenta con sus conocimientos y experiencias previas; este proceso de relacionar la información nueva con la antigua es el proceso de la comprensión lectora.⁷

Por otra parte, la comprensión de problemas matemáticos también requiere del manejo de un lenguaje que le es propio a la matemática. En este sentido el álgebra aparece como el lenguaje universal y transversal de la matemática, por cuanto - en términos globales - el álgebra se preocupa de las relaciones entre

⁷ RUFFINELLI, Jorge. Comprensión de la Lectura. México. Editorial Trillas. 1991. 110p.

variables, del estudio y generalización de patrones y relaciones numéricas, se ocupa del desarrollo y la manipulación de simbolismos, y la modelización como dominio de expresión y formalización de la generalización.⁸

De esta forma la asociación entre el lenguaje algebraico y la comprensión de problemas matemáticos es fundamental, por el aporte que éste da a la comunicación y expresión de los problemas matemáticos y a la modelización y estructuración de formas de razonamiento.

Lo planteado anteriormente es recogido en gran parte en el currículum escolar. En particular el Ministerio de Educación de Chile, en el documento Mapa de Progreso del Álgebra señala lo siguiente:

"La Comprensión y uso del lenguaje algebraico. Se refiere a las habilidades para interpretar el significado y escribir expresiones algebraicas haciendo uso de las convenciones del álgebra, representarlas de diversas maneras y

⁸ Kaput. J. (1998). Teaching and Learning a new algebra with understanding. Dartmouth, MA: National Center for improving Student Learning and Achievement in Mathematics and Science.

usarlas en la designación de números, variables, constantes u otros objetos matemáticos.

b. Comprensión y uso de relaciones algebraicas. Se refiere a la habilidad para establecer relaciones entre expresiones simbólicas mediante igualdades, ecuaciones, inecuaciones o funciones y a la capacidad para aplicar reglas y procedimientos que permitan transformarlas en expresiones equivalentes.”⁹

2.3.- Resolución de Problemas Matemáticos

La resolución de problemas matemáticos es un pilar fundamental en que se centra la matemática, según Santaló (1985), gran matemático español y además muy interesado en su didáctica, señala que *“enseñar matemáticas debe ser equivalente a enseñar a resolver problemas. Estudiar matemáticas no debe ser otra cosa que pensar en la solución de problemas.”¹⁰*

⁹ Mapa de Progreso de Algebra [http://www.rmm.cl/usuarios/cjara/File/mapa-matematica\[1\].pdf](http://www.rmm.cl/usuarios/cjara/File/mapa-matematica[1].pdf)

¹⁰ JESÚS ESCUDERO MARTÍN. Resolución de Problemas Matemáticos, CENTRO DE PROFESORES Y RECURSOS Salamanca 1999, <http://platea.pntic.mec.es/jescuder/BLOG-1/Resolucion%20de%20problemas%20matematicos.pdf>

El proceso de enseñanza en la aulas chilenas muestra que los problemas matemáticos que plantea una profesora o profesor en clases de Matemática, tienen generalmente como objetivo plantear problemas de aplicación para reforzar contenidos matemáticos enseñados por otras vías, por ejemplo, memorización (porcentajes, ecuaciones de primer grado, razones y proporciones) o cuando se enseñan las operaciones matemáticas básicas, es decir, los algoritmos de la suma, resta, multiplicación y división. En menor grado, se pretende mostrar situaciones matemáticas cotidianas, que vivencian los estudiantes, la mayoría de las veces, sin que tengan conciencia de su carácter matemático, para relacionar el conocimiento matemático con experiencias reales y previas de los estudiantes.

En la mayoría de los libros de texto de matemática, la resolución de problemas se reduce a un breve enunciado que requiere de una operación matemática que da lugar a una solución numérica.

Según nuestra experiencia como docentes, hemos observado que los alumnos al enfrentarse a un problema matemático no intentan basar la resolución en la comprensión del mismo. Simplemente se saltan ese paso y proceden directamente a realizar cálculos con los números que aparecen en el enunciado,

utilizando estrategias superficiales que suelen conducir a error. Por ejemplo, se supone que hay que multiplicar los datos porque en clases se está pasando el tema de la multiplicación, o hay que sumarlos porque se pregunta cuánto es “en total”, o hay que restar porque en el enunciado se habla de “quitar”.

2.4.- Situaciones o Problemas a Resolver

La resolución de ecuaciones supone una herramienta básica a la hora de resolver una amplia gama de problemas y situaciones relacionadas con la vida cotidiana y con otras disciplinas, de ahí radica su importancia y utilidad.

La finalidad principal de esta unidad didáctica es preparar a los estudiantes para afrontar problemas que pueden resolverse mediante la resolución de ecuaciones, encaminándolos a seguir los esquemas de razonamiento que permiten la traducción de los problemas enunciados en lenguaje ordinario al lenguaje algebraico de las ecuaciones.

El tipo de problemas que se plantearán en esta unidad deben interesarle a los estudiantes, por lo tanto corresponden a contextos y casos particulares en los cuales estén ya familiarizados (compraventas, pesos, medidas, edades, geométricos simples, etc.). Además, deben ofrecer la oportunidad de investigar

por sí mismos posibles soluciones, bien individualmente o en pequeños grupos. El análisis de la unidad, de acuerdo a los planes y programas elaborados por el Ministerio de Educación¹¹, a tratar en esta tesis, se sintetiza en el Anexo N° 1.

2.5.- Aporte de George Polya

Los problemas matemáticos se pueden abordar desde dos enfoques: algorítmico y heurístico.

Se entiende por algoritmo un proceso sistemático que indica paso a paso como debe realizarse una tarea y que garantiza el hallazgo de una solución para un problema.

En matemáticas, un algoritmo es un conjunto prescrito de instrucciones o reglas bien definidas, ordenadas y finitas que permite realizar una actividad mediante pasos sucesivos que no generen dudas a quien deba realizar dicha actividad. En la vida cotidiana, se emplean algoritmos frecuentemente para resolver problemas. Algunos ejemplos en matemática son el algoritmo de la división para calcular el cociente entre dos números, o el algoritmo de Euclides para obtener el máximo común divisor entre dos números enteros.

¹¹ http://www.mineduc.cl/index5_int.php?id_portal=47&id_contenido=17116&id_seccion=3264&c=1

Por otra parte el enfoque heurístico implica reglas informales o intuitivas que nos señalan "atajos mentales" que podemos tomar cuando no es posible hacer uso de algoritmos, ya sea porque no están disponible o porque su aplicación es imposible en términos prácticos.

"La capacidad Heurística es un rasgo característico de los humanos, desde cuyo punto de vista puede describirse como el arte y la ciencia del descubrimiento de la invención o de resolver problemas mediante la creatividad y el pensamiento lateral o pensamiento divergente"¹²

En este sentido el matemático húngaro George Polya aborda la resolución de problemas matemáticos desde la heurística, analizando los procesos de quienes los resuelven bien, con el fin de mejorar la resolución de éstos en la clase de matemática. Para Polya los algoritmos son procesos bien definidos, que determinan y garantizan una solución; por el contrario, en la heurística la solución no está garantizada (es posible o probable).

¹² <http://carlesguifre.blogspot.com/p/heuristica-metaheuristica-pensamiento.html>

Los estudiantes están acostumbrados a resolver situaciones problemáticas simples mediante algoritmos, sin embargo presentan dificultades cuando tienen que enfrentar problemas más complejos.

Para Polya un verdadero problema es cuando estando en una situación inicial bien conocida, es necesario llegar a otra situación algunas veces conocida o someramente conocida y no se conoce el camino. Debe generar interés entre las personas que quieran resolverlo, las cuales deben tener algún conocimiento sobre el tema que los ocupa.

Polya distingue 4 tipos de problemas: Problemas por resolver, por demostrar, de rutina y prácticos y, abiertos y cerrados:

- **Problemas por resolver:** su propósito es "descubrir cierto objeto", "la incógnita del problema". Los elementos estructurales de este tipo de problemas son la incógnita (lo buscado), los datos (lo dado) y la condición (la vía de solución).

- **Problemas por demostrar:** el propósito es mostrar de modo concluyente la exactitud o falsedad de una afirmación claramente enunciada. Los elementos estructurales en este caso son la premisa y la conclusión.
- **Problemas de rutina y prácticos:** es todo aquel problema que se puede resolver ya sea, sustituyendo simplemente los nuevos datos en el lugar de los de un problema ya resuelto, ya sea siguiendo paso a paso, sin ninguna originalidad la traza de un viejo ejemplo.
- **Problemas abiertos y cerrados:** Los problemas abiertos son aquellos que admiten varias respuestas o los problemas que aún no han sido resueltos, mientras que los problemas cerrados son los problemas de única solución.

Según Polya para resolver un problema se pueden distinguir las siguientes 4 etapas:

- **Comprensión del problema.** Asumir la situación como problemática y adquirir una actitud de búsqueda para posibles soluciones. Los estudiantes deben plantear preguntas del tipo:
 - a) ¿Entiendes todo lo que dice?
 - b) ¿Puedes replantear el problema en tus propias palabras?
 - c) ¿Distingues cuáles son los datos?
 - d) ¿Sabes a qué quieres llegar?
 - e) ¿Hay suficiente información?
 - f) ¿Hay información extraña?
 - g) ¿Es este problema similar a algún otro que hayas resuelto antes?

- **Diseño de un plan de acción.** Pueden utilizarse procedimientos heurísticos o algorítmicos. Los procedimientos heurísticos están basados en el descubrimiento de relaciones y normas. Los algorítmicos suponen una secuencia de reglas y operaciones lógicas. En esta instancia, los y las estudiantes se preguntan: ¿Alguna vez resolví un problema similar? ¿Conozco problemas que se puedan relacionar con este?, ¿Podría pensar

en un problema análogo?, ¿He utilizado todos los datos para intentar su resolución?

- **Ejecución de un plan.** Implica la puesta en marcha del plan, identificación de la información nueva y formulación de preguntas que pueden presentarse durante la resolución del problema. Al ejecutar el plan de resolución, los y las estudiantes deben comprobar cada uno de los pasos que se plantea y preguntarse no sólo si es correcto, sino también en la forma de demostrar su pertinencia.

- **Evaluación de los resultados.** Se evalúan las soluciones hipotéticas encontradas y se decide cuál de ellas es la más apropiada. Los niños y niñas deben verificar el resultado y analizar el razonamiento llevado a cabo. Asimismo, pueden pensar si es posible llegar al resultado por un camino diferente.

Estas etapas deben ser desarrolladas por quien resolverá el problema guiado por un profesor mediante preguntas para sistematizar el método; estas preguntas

guías buscan desarrollar las habilidades heurísticas asociadas al razonamiento matemático. En este sentido como el método de Polya está basado en la Heurística que básicamente es “ensayo y error”, estos pasos deben seguir una secuencia lógica, sin embargo se pueden ir alternando dependiendo del problema a resolver, se puede volver a atrás y comenzar otra vez.

2.6.- Errores y Dificultades Matemáticas

El error consiste en comprender mal una determinada situación y por lo tanto se desarrollan procedimientos y soluciones deficientes, sin embargo el error es necesario ya que al darnos cuenta de ello, nos da el punto de partida para generar conocimiento.

“En efecto, la ciencia en general, la matemática en particular, ha podido avanzar gracias a los errores cometidos por diversos personajes, los descubrimientos no se realizan de una vez y para siempre, son aproximaciones al conocimiento que tienen sentido en una época, en una etapa del desarrollo de la humanidad”¹³

¹³ “ERRAR ES UN PLACER: El uso de los errores para el desarrollo del pensamiento matemático”. Eduardo Mancera Martínez , vol. 15, núm. 2, agosto, 2003, Grupo Santillana México.

Lo importante de esto es que se detecte cual fue el error, para a partir de ahí corregir y reflexionar de tal manera que el error sea una fuente de aprendizaje significativo en el aprendizaje de un contenido matemático. Por lo tanto, los errores que cometen los alumnos en su trabajo de matemáticas son importantes para estudiar la forma como enlazar los conceptos matemáticos y dar significados al contenido, los procedimientos o los procesos cognitivos; esto puede proporcionar nuevos conocimientos y nuevas ideas.

Por otro lado, dificultad se refiere a los inconvenientes que encuentra una persona al tratar de solucionar algún tipo de problema o “salvar” un obstáculo. El alto grado de abstracción y generalización de las matemáticas, es una posible causa de las dificultades de aprendizaje. Además de vacíos en los contenidos radica en las dificultades para realizar algún tipo de operatoria.

CAPÍTULO III: MARCO METODOLÓGICO

3.1.- Diseño y tipo de Investigación

Como hemos señalado anteriormente, lo que pretendemos con esta investigación es identificar y analizar los errores y dificultades más frecuentes que presentan los estudiantes de primer año de enseñanza media en la resolución de problemas pertenecientes a una unidad particular del eje de álgebra.

Para el logro del objetivo propuesto, el diseño de la investigación es de tipo No Experimental, por cuanto se busca observar a los estudiantes sin intervenir ni manipular a los sujetos del estudio; buscamos identificar los errores y dificultades y luego realizar un análisis de los mismos.

Como señala Kerlinger (1979, p.116): *“La investigación no experimental o ex post-facto es cualquier investigación en la que resulta imposible manipular variables o asignar aleatoriamente a los sujetos o a las condiciones”*; citado por Hernández (1994).

Desde el punto de vista de la dimensión temporal, esta investigación es transaccional, por cuanto se analizará el estado o nivel de las variables en un solo

momento del tiempo y no tiene la intención de realizar intervenciones posteriores ni tampoco recoger nuevas mediciones.

Tipo de Investigación

Esta es una investigación de carácter mixto, cuantitativo y cualitativo, por apoyarse en técnicas de distintos tipos que contribuyeron en conjunto a un mejor desarrollo de la investigación.

Desde el punto de vista de la tipología de los estudios de investigación, el presente estudio es descriptivo, ya que lo que se persigue es describir y caracterizar a un grupo de estudiantes observando las habilidades que presentan para la resolución de problemas matemáticos asociados a un contenido particular del eje de álgebra.

“Muy frecuentemente el propósito del investigador es describir situaciones y eventos. Esto es, decir cómo es y se manifiesta determinado fenómeno. Los estudios descriptivos buscan especificar las propiedades importantes de personas, grupos, comunidades o cualquier otro fenómeno

que sea sometido a análisis (Dankhe, 1986). Miden o evalúan diversos aspectos, dimensiones o componentes del fenómeno o fenómenos a investigar”.¹⁴ (Hernández y Otros, 1994, p.60).

3.2.- Población y Muestra

La población objetivo de la presente investigación corresponde a estudiantes de primer año de enseñanza media del sistema escolar nacional.

El procedimiento de elección de la muestra fue mediante un procedimiento no probabilístico; específicamente, se efectuó un muestreo intencional y la muestra se extrajo entre los estudiantes de primer año medio de tres colegios de la Región Metropolitana en los cuales se desempeñan como docentes el grupo investigador.

¹⁴ Metodología de la Investigación, Roberto Hernández Sampieri, Carlos Fernández Collado, Pilar Baptista Lucio, MCGRAW-HILL 1997.

La muestra está compuesta por 70 estudiantes distribuidos de la siguiente forma:

- 24 estudiantes del 1° Año Medio del Liceo Politécnico “El Bollenar”, comuna de Melipilla.
- 26 estudiantes del 1° Año Medio del Colegio San Valentín, comuna La Florida.
- 20 estudiantes del 1° Año Medio del Instituto Sagrado Corazón, comuna San Bernardo.

En definitiva la muestra quedó conformada por 70 estudiantes de primer año de enseñanza media pertenecientes a tres establecimientos educacionales de la Región Metropolitana, cuyas edades fluctúan entre los 13 y 15 años y que presentan las siguientes características:

A) Liceo Polivalente “El Bollenar”, Comuna de Melipilla

- El Liceo Politécnico “El Bollenar”, RBD 10792-1, está ubicado en el sector rural de la comuna de Melipilla en Avenida Valparaíso N° 3000 y pertenece a la corporación de Educación y Salud de Melipilla.

- Los alumnos del Colegio provienen de un entorno socio económico vulnerable, con alto porcentaje de familias en desintegración (separación) y gran parte de ellas forman parte del Programa PUENTE.
- Respecto al entorno geográfico del colegio se debe mencionar que se encuentra ubicado en un sector poblacional de alto riesgo social y que en sus alrededores se encuentran ubicados un Consultorio Externo de Salud, biblioteca pública, jardín infantil, una tenencia de Carabineros y la Iglesia.
- Bollenar es una localidad con una población aproximada de 8.000 habitantes, con problemas económicos, alta cesantía, bajo nivel educativo y con emergentes problemas sociales, como el consumo de drogas, la violencia intrafamiliar, el consumo de alcohol entre los jóvenes, además, se vislumbran atisbos de delincuencia juvenil. El índice de vulnerabilidad del establecimiento es de un 98,5%.
- Los resultados alcanzados por el establecimiento en la prueba SIMCE son:

Nombre del Establecimiento	RBD	Dependencia	Área	4.º BÁSICO 2012			8.º BÁSICO 2011			
				LENG	MAT	SOC	LENG	MAT	NAT	SOC
LICEO POLIV. EL BOLLENAR	10792	Municipal	Rural	265	265	243	216	222	215	228

Fuente: www.simce.cl

- El primero medio del Liceo El Bollenar inició el año escolar con una matrícula de 45 alumnos, llegando a mediados de año a 34 estudiantes ya

que por diferentes motivos hubo 10 bajas, específicamente por problemas disciplinarios.

B) Colegio “San Valentín”, Comuna de La Florida

- El Colegio Particular Subvencionado San Valentín, RBD 11703 – 5 está ubicado en departamental N° 2567 en la comuna de La Florida.
- El Colegio San Valentín educa a niños y niñas que provienen de familias con riesgo social de la comuna de La Florida. La escolaridad de los padres: un 60% no terminó el colegio. El ingreso promedio por jefe(a) de familia asciende a aproximadamente \$ 180.000 líquido mensual.
- El establecimiento se encuentra cercano a un consultorio, CESFAM Los Castaños, frente a un colegio básico y emplazado en la población Las Araucarias. Uno de los principales problemas del entorno es la delincuencia y la presencia del consumo de drogas y alcohol; dentro del día se aprecia un barrio tranquilo, pero en las tardes es común presenciar grupos de jóvenes deambulando por las calles y drogándose en las plazas.
- Es el colegio con el índice de mayor pobreza en su alumnado entre la red de colegios de la comuna y en lo relativo a la calificación legal de alumnos prioritarios para efectos de otorgarles apoyo preferencial el Colegio San

Valentín se encuentra en el tramo más alto de la tabla, esto es, sobre el 60% de sus alumnos y alumnas tienen dicha calidad. El índice de vulnerabilidad del establecimiento es de un 84,84%.

- Los resultados alcanzados por el establecimiento en la prueba SIMCE son:

Nombre del Establecimiento	RBD	Dependencia	Area	4.º BÁSICO 2012			8.º BÁSICO 2011			
				LENG	MAT	SOC	LENG	MAT	NAT	SOC
ESC BASICA PARTICULAR SAN VALENTIN	11793	Part. subv	Urbano	241	242	231	218	210	218	236

Fuente: www.simce.cl

- El curso está conformado por 30 estudiantes, 10 mujeres y 20 hombres, el clima del aula no es siempre el ideal, existe un grupo de alumnos que no manifiestan ningún tipo de interés en las materias tratadas, interrumpen constantemente las clases y no acatan órdenes. Este comportamiento negativo no sólo es en la clase de matemáticas, sino que también en otras, como religión, lenguaje, ciencias, etc. Son considerados “estudiantes problemas” y son de difícil manejo. A nivel institucional no se observa apoyo en medidas disciplinarias y muchos docentes ignoran a estos alumnos y trabajan con el resto del curso.

C) Instituto Sagrado Corazón, Comuna de San Bernardo

- El Instituto Sagrado Corazón, RBD 10635, está ubicado en la comuna de San Bernardo en la calle Arturo Prat 881 y es un establecimiento particular pagado.
- En relación a las características socioeconómicas del establecimiento, la mayoría de los apoderados han declarado tener en promedio 16 o más años de escolaridad y un ingreso del hogar de \$1.100.000 o más. Su estatus Socio Económico es Alto, más del 95% declara tener ingresos superiores al \$1.450.000.
- Colegio de familia: este es un colegio en donde estudian una cantidad no menor de alumnos que son de segunda generación y hasta tercera, es decir hijos y nietos de ex alumnos.
- Por las características de esta institución, ya que pertenece al sector particular, no existe índice de vulnerabilidad.
- Los resultados obtenidos en la prueba SIMCE por el establecimiento son:

Nombre del Establecimiento	RBD	Dependencia	Área	4.º BÁSICO 2012			8.º BÁSICO 2011			
				LENG	MAT	SOC	LENG	MAT	NAT	SOC
INSTITUTO SAGRADO CORAZON	10635	Part. pag	Urbano	284	288	288	270	294	300	287

Fuente: www.simce.cl

- El primero medio B del I.S.C es un curso mixto formado por 24 alumnos todos casi de la misma edad, ya que no posee alumnos repitentes. La característica principal del curso es su gran heterogeneidad respecto a los niveles de logros que estos alcanzan en el sector de matemáticas. Se podría decir que la cuarta parte del curso posee grandes dificultades en la asignatura, mientras que la mayor parte del curso (14) logra resultados medios y la sexta parte restante corresponde a alumnos que se destacan.
- Es un curso inquieto, hay que estar preocupado de la disciplina, pero se puede hacer clases medianamente tranquilo, la gran dificultad en el trabajo académico radica en la responsabilidad escolar ya que la gran mayoría de los alumnos no dedica tiempo extra de estudio y cuesta bastante que los alumnos traigan materiales en caso de actividades o trabajos.

3.3.- Técnicas e Instrumentos de Recolección de Información

Para el logro del objetivo planteado en el presente estudio, que consiste en identificar y analizar los errores más frecuentes en que incurren los estudiantes de primero medio en tres colegios de la Región Metropolitana, en la resolución de problemas pertenecientes a la unidad de álgebra, se decidió elaborar y aplicar un

instrumento de evaluación organizado en variables de análisis que faciliten su posterior interpretación de los resultados alcanzados.

Para ello se definieron cuatro variables de análisis basadas en las etapas planteadas por George Polya¹⁵ para el proceso de comprensión y resolución de problemas matemáticos. A cada una de estas variables se especificaron sus dimensiones asociándoles los aprendizajes esperados y los indicadores de las habilidades matemáticas, coherentes con los empleados en los planes y programas vigentes, elaborados por el Ministerio de Educación, para la unidad álgebra, de primer año medio.

Una vez definida la tabla de especificaciones (Ver Anexo N°3), se decidió el tipo de pregunta más indicada al logro de los objetivos.

Para resguardar los requisitos básicos en la construcción, diseño y aplicación del instrumento empleado para recolectar la información de la presente investigación, se consideraron las siguientes estrategias:

¹⁵ POLYA G. Cómo planear y resolver problemas. México. Editorial Trillas. 1972. 215p.

1.- Se analizaron y evaluaron diversos instrumentos ya existentes para la unidad seleccionada, empleando como fuente libros de matemática aprobados por el Ministerio de Educación, distintos ensayos de la Prueba SIMCE, entre otros. Sin embargo, los instrumentos disponibles no satisfacían a cabalidad los objetivos del presente estudio, por lo que se optó por diseñar un instrumento propio con las características señaladas anteriormente.

2.- Este instrumento se transformó en una prueba mixta compuesta por trece ítems de desarrollo y selección múltiple, completando 31 preguntas en total.

3.- Para validar el instrumento, previa aplicación en el grupo de interés, se aplicó dicho instrumento en un grupo de control formado por 3 estudiantes de primer año medio que no pertenecían a los cursos en investigación. El objetivo principal fue monitorear el nivel de dificultad, claridad de las preguntas, tiempo necesario para su resolución, entre otros aspectos relevantes.

4.- Posteriormente se incorporaron los cambios necesarios, que fueron principalmente de forma, y se construyó el instrumento final para ser aplicado a los 70 participantes de este estudio. (Ver Anexo N°2).

5.- Los instrumentos se aplicaron bajo las mismas condiciones en los tres primeros medios de los colegios respectivos: en la sala de clase de cada curso, en el horario correspondiente a la asignatura de matemática, debiendo responderlas individualmente cada estudiante, empleando un período de una hora cronológica, durante la misma semana, en los tres colegios, respectivamente.

3.4.- Métodos de Análisis y Tratamiento de la Información

Una vez obtenida la información mediante la aplicación del instrumento se analizarán y clasificarán cada una de las respuestas obtenidas, haciendo uso de técnicas de la estadística descriptiva.

Posteriormente se presenta un segundo nivel de análisis, en el cual se analizan los diferentes registros obtenidos en el proceso de investigación, se intercambian percepciones e ideas dialógicamente, con el objetivo de clasificar los resultados mediante variables y categorías que permitan ir más allá de lo meramente descriptivo y desintegrado, estructurando en ideas o conceptos breves e inclusores que resuman o sinteticen el conjunto de información obtenida, como datos cualitativos relevantes, que faciliten su comprensión posterior.

CAPITULO IV
PRESENTACIÓN DE RESULTADOS

4.- RESULTADOS CUANTITATIVOS

Las respuestas a la prueba efectuada, se analizaron cuantitativamente, clasificándolas en buenas (logro), malas (errores) y omitidas (dificultades), considerando las dificultades inherentes al contenido matemático evaluado y las habilidades correspondientes a los indicadores asociados a cada pregunta, de acuerdo a las cuatro etapas para la resolución de problemas, identificadas por George Polya.

A continuación, se presentan los resultados ordenados en los siguientes niveles:

- Resultados y Análisis por preguntas
- Resultados Globales del Instrumento de Evaluación
 - Resultado General
 - Resultado General por Indicador
 - Resultado General por Variable
- Resultados Comparados por Colegio
 - Resultados Comparados General
 - Resultados Comparados por Indicador
 - Resultados Comparados por Variable

4.1.- RESULTADOS Y ANÁLISIS POR PREGUNTAS

PREGUNTA 1

Encontrar la información de un menú:

MENU	
JUGO DE NARANJA	\$ 920
CEREAL	\$ 615
HUEVOS	\$ 540
TOSTADAS	\$ 250
LECHE	\$ 370

Responde las siguientes preguntas:

- a) *¿Cuánto cuestan 4 tostadas?*
- b) *¿Qué producto es el más caro?*
- c) *Juan pagó con \$2.000 y le dieron de vuelto \$ 830 ¿Qué consumió Juan?*
- d) *Andrea tiene \$ 300 ¿Qué puede comprar?*

Análisis pregunta 1 a)

En esta pregunta, el estudiante debe reconocer los datos presentes en una tabla relacionados con los precios de algunos productos y responder la pregunta de cuánto cuesta 4 tostadas.

La respuesta acertada es multiplicar 4 por \$250 que es el valor de cada tostada o sumar 4 veces \$250.

Es una pregunta de nivel básico, ya que es de operatoria simple con naturales y el cálculo se puede realizar mentalmente.

Habilidades Matemáticas a medir:

(1) Identifica condiciones específicas del problema, seleccionando la información necesaria

- El porcentaje de Estudiantes del Liceo El Bollenar que contestaron en forma correcta fue de 99%; solamente un estudiante la contestó de manera errónea. El estudiante que contestó erróneamente, señaló el valor de los huevos \$540.

- El porcentaje de Estudiantes del Colegio San Valentín que contestaron en forma correcta fue de 100%.
- El porcentaje de Estudiantes del Instituto Sagrado Corazón que contestaron en forma correcta fue de 100%.

En términos generales analizando comparativamente los 3 colegios objetos de estudio los resultados fueron, prácticamente los mismos.

69 de 70 estudiantes respondieron correctamente.

Probablemente, se debe a su muy bajo nivel de dificultad, ya que la operatoria a realizar, está internalizada en cálculos que efectúan en forma cotidiana.

Análisis Pregunta 1 b)

En esta pregunta el estudiante debe reconocer los datos en una tabla relacionados con los precios de algunos productos y determinar que producto es más caro. Está presente el contenido de magnitud de los números para determinar cuál es el mayor.

La respuesta acertada es el jugo de naranja ya que es el producto más caro de la lista.

Es una pregunta de nivel básico, ya que es de operatoria simple con naturales y el cálculo se puede realizar mentalmente.

Habilidades Matemáticas a Evaluar:

(1) Identifica condiciones específicas del problema, seleccionando la información necesaria

- El 100% de los estudiantes de los tres colegios, contestaron correctamente.

Análisis pregunta 1 c)

Esta pregunta, requiere de mayor análisis, ya que aparte de identificar los precios de los productos que aparecen, de considerar las posibles combinaciones que pueden surgir.

Respuesta: $2000 - 830 = 1170$ que es el dinero que utilizó para comprar, con lo cual el alumno debe de ser capaz de identificar cuál o cuáles de todas las combinaciones posibles, resuelve el problema:

$$\text{Jugo de naranja } \$920 + \text{tostadas } \$250 = \$1.170$$

La respuesta acertada es el jugo de naranja y tostadas

Es una pregunta de nivel medio de dificultad, ya que requiere de analizar y discriminar la información disponible, para su resolución.

Habilidades Matemáticas a Evaluar:

(1) Identifican condiciones específicas del problema, seleccionando la información necesaria.

(3) Identifica diferentes estrategias de resolución del problema.

(4) Selecciona la estrategia más eficaz para la resolución del problema.

(7) Efectúan correctamente las operaciones aritméticas con números enteros, fraccionarios o decimales

- El porcentaje de estudiantes que contestaron correctamente fue: 71% del Liceo El Bollenar; 100% del Colegio San Valentín y 75% del Colegio Sagrado Corazón.
- En el Liceo El Bollenar el 17% de los estudiantes contestaron erróneamente y en el Instituto Sagrado Corazón 5%.
- En cuanto a las omisiones, el Liceo El Bollenar alcanzó 12,5% y el Instituto Sagrado Corazón 20%.

Al ser esta una pregunta que requiere de mayor análisis, la omisión podría deberse, a la dificultad para identificar las condiciones específicas del problema.

Análisis pregunta 1 d)

En esta pregunta, el estudiante debe identificar los datos de una tabla, relacionados con los precios de distintos productos y determinar que producto puede consumir con \$300.

Es una pregunta de nivel básico, debido que para responder, el estudiante sólo debe ser capaz de observar los precios de la tabla y efectuar una resta. La respuesta acertada es tostadas.

Habilidades Matemáticas a Evaluar:

(1) Identifican condiciones específicas del problema planteado, Seleccionando la información necesaria.

(7) Efectúan correctamente las operaciones aritméticas con números enteros, fraccionarios o decimales

- El porcentaje de estudiantes del Liceo El Bollenar que contestaron correctamente fue de 87,5% y el 100% de los estudiantes del Colegio San Valentín y del Instituto Sagrado Corazón contestaron correctamente.
- El porcentaje de estudiantes del Liceo El Bollenar que omitieron esta pregunta es de 12,5% correspondiendo a un total de 3 alumnos.

Cabe señalar que esta pregunta fue contestada correctamente, presentando un 4% de omisión.

PREGUNTA 2

a) Señala en cuál de los procedimientos de resolución indicados, NO es posible encontrar el valor numérico de la incógnita.

b) Justifica tu respuesta escribiendo el procedimiento correcto.

$-3x + 2 = 18 + x$	$5x + 15 = 45$
<i>I. Resto 2 a ambos lados de la igualdad.</i>	<i>I. Resto 45 a ambos lados de la igualdad.</i>
<i>II. Resto x a ambos lados de la igualdad.</i>	<i>II. Divido por 5 a ambos lados de la igualdad.</i>
<i>III. Divido por -4 a ambos lados de la igualdad.</i>	<i>III. Resto 6 a ambos lados de la igualdad.</i>

Análisis preguntas 2 a) y b)

En esta pregunta, los estudiantes deben tener claro cómo resolver una ecuación utilizando el concepto de igualdad. Ambas preguntas tienen un grado de dificultad medio, debido a que deben conocer las propiedades de la igualdad y analizar el procedimiento que no cumple con la obtención del resultado.

La respuesta acertada es la alternativa b).

Habilidades Matemáticas a Evaluar:

(8) Utiliza correctamente las propiedades de la igualdad para despejar la incógnita en una ecuación, reduciendo términos.

- El porcentaje de estudiantes que contestaron correctamente en el Liceo El Bollenar fue de 12,5%, en el Colegio San Valentín ningún alumno contestó correctamente y en lo que respecta al Instituto Sagrado Corazón, un 65% de los estudiantes contestó correctamente.

Esta pregunta presentó un alto grado de dificultad para los estudiantes, debido a que no evidencian dominio de las propiedades básicas de la igualdad, lo que les impide resolver correctamente una ecuación de primer grado.

PREGUNTA 3

Al resolver la siguiente ecuación $2(x + 5) - 3 = 2x + 7$, la o las posibles soluciones son:

A) Ninguna

B) Una solución.

C) Varias soluciones.

D) Infinitas soluciones

Análisis pregunta 3

Esta pregunta es considerada como una pregunta de nivel avanzado, debido a que los estudiantes, no sólo deben aplicar las propiedades de la igualdad, sino que, además, reconocer la diferencia entre igualdad, identidad y ecuación. La dificultad en este ejercicio radica en que al intentar despejar la incógnita, ésta desaparece y se transforma en una identidad.

La forma correcta de resolver es resolver aplicando la propiedad de la distribución del producto sobre la suma con lo que la ecuación tomaría la forma: $2x+10-3 = 2x+7$, luego al reducir términos al costado izquierdo de la igualdad nos queda que $2x+7= 2x+7$, una identidad, es decir, la igualdad de mantiene independientemente del valor de la incógnita, con lo cual la ecuación tiene infinitas soluciones.

La respuesta correcta es la alternativa d).

Habilidades Matemáticas a Evaluar:

(8) Utilizan correctamente las propiedades de la igualdad para despejar la incógnita en una ecuación, reduciendo términos.

(9) Identifican y Verifican la existencia o no existencia de la(s) solución(es).

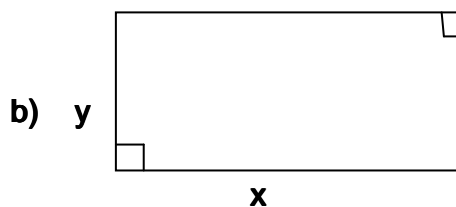
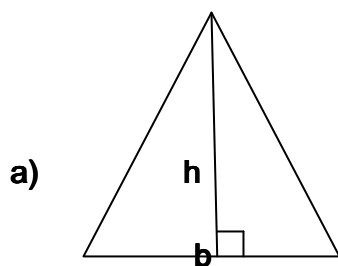
- Esta pregunta fue contestada correctamente por el 55% de los estudiantes del Instituto Sagrado Corazón, aplicando al mismo tiempo las propiedades de la igualdad para despejar la incógnita de la ecuación e identificando las soluciones de la misma. En el Colegio San Valentín sólo dos estudiantes respondieron correctamente

(7,6%), mientras que ningún estudiante del Liceo El Bollenar logró resolver correctamente esta pregunta.

- Un 18% de los estudiantes del total, omitieron esta pregunta.
- En cuanto a los errores cometidos, estos se debieron a dos causas principales. Primero, un grupo de estudiantes asoció a que una ecuación de primer grado “debe tener una solución”, señalando como alternativa correcta la A), sin realizar los procedimientos correspondientes; mientras que otro grupo presentó errores que se debieron al no manejo de las propiedades de la igualdad para la resolución de una ecuación.

PREGUNTA 4

Expresa usando lenguaje algebraico, el área de las siguientes figuras geométricas:



Recuerda:

1. *El área de un cuadrilátero se calcula multiplicando la medida de su base por la altura de éste.*
2. *El área de un triángulo se calcula multiplicando la medida de su base por la altura de este y dicho resultado se divide por dos.*

Análisis preguntas 4 a) y b)

Esta pregunta es de nivel básico, debido a que los estudiantes deben solamente manejar el paso del lenguaje común al lenguaje matemático.

Habilidades a Evaluar

(1) Identifican condiciones específicas del problema planteado, seleccionando la información necesaria.

- Los estudiantes del Liceo El Bollenar contestaron en un 41% correctamente, el Colegio San Valentín sólo un estudiante respondió correctamente y el Instituto Sagrado Corazón un 70%

El principal problema de esta pregunta fue la omisión, que alcanzó a un 51% del total de los estudiantes, siendo la causa principal la no comprensión de la pregunta y falta de dominio en la traducción del lenguaje común al lenguaje matemático.

PREGUNTA 5

Observa los datos que aparecen en el cartel de un supermercado.

Cada papel higiénico por separado cuesta \$ 270. Analiza las ofertas, evalúa y decide cuál es la mejor.



a) Quieres llevar 4 rollos ¿Cómo te conviene hacer tu compra? (Escoge la Alternativa más Barata)

b) Quieres llevar 6 rollos de papel higiénico ¿Cómo lo harías? ¿Cuánto tienes que gastar?

c) *¿De cuántas maneras puedes comprar 8 rollos de papel higiénico? Especifica.*

Análisis pregunta 5 a), b) y c)

Esta pregunta es de nivel avanzado, debido a las múltiples estrategias que se pueden utilizar, los estudiantes deben tener comprensión, selección y análisis.

La respuesta correcta para la pregunta a) es llevar dos promociones en \$400, ya que saldría \$800.

En la letra b) las estrategias posibles son: 6 rollos a \$270 cada uno por un total de \$ 1.620; 3 promociones de 2x400 por un total de \$1.200; una promoción de 4x \$1.000 más una promoción de 2x400, por un total de \$1.400; un promoción de 4x\$1.000 más dos rollos de \$270 por un total de \$1540; dos promociones de \$400 más dos sueltas de \$270 por un total de \$1340. Lo cual permite darse cuenta que la estrategia más conveniente es seleccionar 3 promociones de 2x400.

En la letra c) las estrategias son: 8 rollos de \$270; 4 ofertas de 2x\$400; 2 ofertas de 4x\$1000; una promoción de 4x\$1000 más una promoción de 2x\$400 más 2 rollos por \$270; una promoción de 4x\$1000 más 2 de 2x\$400; una

promoción de 4x\$100 y cuatro rollos de \$270; 3de 2x\$400 y dos rollos de \$270; do de 2x\$400 más 4 rollos de \$270; una de 2x\$400 y 6 de \$270.

Habilidades Evaluadas

(3) Identifica diferentes estrategias de resolución del problema

(4) Seleccionan la estrategia más eficaz para la resolución del problema

- Las preguntas a) y b) presentan indicadores de logro similares entre los colegios, alcanzando un 73% y 86% respectivamente de respuestas correctas, del total de los estudiantes que respondieron el test. Esto se debe principalmente a que debían identificar y seleccionar estrategias dentro de un conjunto reducido de alternativas posibles.
- No obstante, el porcentaje de logro alcanzado por los estudiantes de los tres colegios se reduce significativamente en la pregunta c), llegando sólo a un 31% de respuestas correctas. La razón es que, en este caso, a los estudiantes se les solicitaba responder a la pregunta *¿De cuántas maneras*, llegando a identificar, a lo más, cuatro formas de un total de ocho posibles.

PREGUNTA 6

Señala con palabras que operaciones se deben efectuar para resolver las siguientes ecuaciones y determina el valor de x .

a) $29 + x = 25$	b) $4x + 9 = 19$
<i>I.</i>	<i>I.</i>
<i>II.</i>	<i>II.</i>
<i>III.</i>	<i>III.</i>
$x =$	$x =$

Análisis preguntas 6 a) y b)

Esta pregunta corresponde a un nivel avanzado debido a que el estudiante debe expresar con sus propias palabras los pasos a seguir para resolver la ecuación. Debe respetar las prioridades de las operaciones y dominar las propiedades de la igualdad para el despeje de la incógnita.

La forma correcta para resolver en la pregunta a) es restarle 29 a ambos lados de la igualdad quedando $x = -4$

La pregunta b) se resuelve restando nueve a ambos lados de la igualdad, quedando $4x=10$, luego se divide ambos lados de la igualdad por 4 obteniéndose $x=10/4$ fracción equivalente a $x=5/2$.

Habilidades Evaluadas

(4) Seleccionan la estrategia más eficaz para la resolución del problema

(7) Efectúan correctamente las operaciones aritméticas con números enteros, fraccionarios o decimales.

(8) Utiliza correctamente las propiedades de la igualdad para despejar la incógnita en una ecuación, reduciendo términos.

6 a)

- El porcentaje de estudiantes del Liceo El Bollenar que contestaron correctamente fue de 12,5%. El porcentaje de Estudiantes del Instituto Sagrado Corazón que contestaron en forma correcta fue de 60%. El porcentaje de estudiantes del Colegio San Valentín que contestaron correctamente fue de 7,6%.

- En el Liceo El Bollenar el 12,5% de los estudiantes contestaron erróneamente. En el Instituto Sagrado Corazón el 25% de los estudiantes contestaron erróneamente. El porcentaje de estudiantes del Colegio San Valentín que contestaron erróneamente fue de 23,1%.
- En el Liceo El Bollenar el 75% de los estudiantes omitieron. En el Instituto Sagrado Corazón el 15% de los estudiantes omitieron. El porcentaje de estudiantes del Colegio San Valentín que omitieron fue de 69,2%.

6 b)

- El porcentaje de estudiantes del Liceo El Bollenar que contestaron correctamente fue de 8,3%. El porcentaje de Estudiantes del Instituto Sagrado Corazón que contestaron en forma correcta fue de 70%. El porcentaje de estudiantes del Colegio San Valentín que contestaron correctamente fue de 7,6%.
- En el Liceo El Bollenar el 16,6% de los estudiantes contestaron erróneamente. En el Instituto Sagrado Corazón el 20% de los estudiantes contestaron erróneamente. El porcentaje de estudiantes del Colegio San Valentín que contestaron erróneamente fue de 23,1%.

- En el Liceo El Bollenar el 75% de los estudiantes omitieron. En el Instituto Sagrado Corazón el 10% de los estudiantes omitieron. El porcentaje de estudiantes del Colegio San Valentín que omitieron fue de 69,2%.

El alto porcentaje de omisiones que presentan los estudiantes de los colegios El Bollenar y San Valentín, se deben principalmente a la falta de dominio en la resolución de ecuaciones de primer grado, mientras que el Instituto Sagrado Corazón, que presenta sólo un 10% de omisión, muestra, comparativamente, mayores errores en el manejo de operaciones aritméticas básicas.

PREGUNTA 7

Resuelve la ecuación y responde las preguntas planteadas.

a) $3(x - 5 * 3 - 1) = 0$

b) *¿Para cuales valores de x se mantiene la igualdad?*

c) *Si existe solución, ¿Cuántas soluciones puede tener esta ecuación?*

Análisis pregunta 7 a) , b) y c)

Esta pregunta es de un nivel avanzado, ya que el estudiante, en la letra a) debe identificar y seleccionar la estrategia más adecuada, seguir el orden de las operaciones aritméticas y utilizar correctamente propiedades de la igualdad, para resolver la ecuación. Luego, en las letras b) y c), debe analizar las soluciones. La solución es única e igual a 16.

Habilidades Evaluadas

7 a)

- (3) Identifica diferentes estrategias de resolución del problema
- (4) Seleccionan la estrategia más eficaz para la resolución del problema
- (7) Efectúan correctamente las operaciones aritméticas con números enteros, fraccionarios o decimales
- (8) Utiliza correctamente las propiedades de la igualdad para despejar la incógnita en una ecuación, Reduciendo Términos.

7 b) y c)

(9) Identifican y Verifican la existencia o no existencia de la(s) solución(es).

- Prácticamente el 100% de los estudiantes del colegio El Bollenar y San Valentín omitieron esta pregunta, lo que significa que resultó de alta dificultad para ellos. Esta ecuación que está representada como el producto de dos factores, requería principalmente de contar con una estrategia para su resolución, lo que no fue aplicado por los estudiantes.
- En el Instituto Sagrado Corazón, sólo el 30% y 35% de los estudiantes contestaron correctamente la parte a) y b) respectivamente, mostrando habilidades de identificar y seleccionar estrategias para su resolución, además de manejar las operaciones aritméticas básicas y de resolución de ecuaciones. Sin embargo, el porcentaje de logro sube al 70% al momento de analizar el número de posibles soluciones de las ecuaciones, asociando –probablemente- a que una ecuación de primer grado contiene “una solución”, lo que no asegura que manejen el análisis de soluciones de ecuaciones.

PREGUNTA 8

Descubre y tarja la información que no te sirve para resolver el problema:

El vuelo a Puerto Montt tenía asientos para 297 personas; 58 de los asientos estaban vacíos. El vuelo duró 125 minutos.

¿Cuántas personas había en el vuelo?

Análisis pregunta 8

En esta pregunta el estudiante debe primero reconocer y señalar los datos que no representan ningún aporte para la resolución del problema, excluyéndolo del análisis del enunciado, para llegar a su solución. Esta pregunta es de nivel básico, porque requiere de una mínima comprensión entre la relación de lo que se pregunta y los datos necesarios para llegar a su respuesta, además, que para resolverlo sólo se requiere de una operación simple, que puede hacerse mentalmente, para llegar a su solución. El contenido a evaluar es el concepto magnitud e identificación de información relevante para su resolución y realizar operaciones básicas entre constantes.

Habilidades matemáticas a evaluar:

(1) Identifican condiciones específicas del problema planteado, seleccionando la información necesaria.

- En el Liceo El Bollenar el porcentaje de estudiantes que contestaron correctamente fue sólo de 16,6 %, acompañado de un 83,3 % de omisión, no habiendo prácticamente errores. Esto muestra que esta pregunta fue de gran dificultad para los estudiantes debido a que no lograron extraer la información relevante del problema.
- La dificultad descrita anteriormente también se observa para los estudiantes del colegio San Valentín en un grado menor, ya que el porcentaje de respuestas correctas fue del 50%.
- Para los estudiantes del Instituto Sagrado Corazón esta pregunta no presentó mayores dificultades considerando que el 85% respondió correctamente.

En términos generales, podemos señalar que la identificación de variables relevantes efectivamente presenta un obstáculo para los estudiantes en la resolución de problemas.

PREGUNTA 9

Responda las preguntas planteadas en relación a la siguiente ecuación:

$$3x = 3x - 7$$

¿Existe algún valor numérico de x con el cual se cumpla la igualdad?

Análisis pregunta 9

Habilidades matemáticas a evaluar:

(8) Utiliza correctamente las propiedades de la igualdad para despejar la incógnita en una ecuación.

(9) Identifican y Verifican la existencia o no existencia de la(s) solución(es).

Esta pregunta es de nivel avanzado por que requiere analizar las soluciones de una ecuación de primer grado. La respuesta de la ecuación dada es “no tiene solución”. Esta pregunta tuvo un bajo número de respuestas correctas en el liceo El Bollenar (8,3%) y el colegio San Valentín(11,5%) y altos porcentajes de omisión en ambos establecimientos, 91,6% y 73% respectivamente; esto nos muestra que el análisis de soluciones presenta grandes dificultades para los estudiantes, además, confirma uno de los errores más comunes en la resolución de ecuaciones

proveniente de aplicar mecánicamente la “regla de que una ecuación tiene tantas soluciones como el grado que ella tiene”.

La situación descrita anteriormente no se observa en los estudiantes del Instituto Sagrado Corazón que alcanzaron un 85 % de respuestas correctas y un 5% de omisión (un estudiante).

PREGUNTA 10

Si x representa la longitud de un trazo en centímetros:

PREGUNTA	RESPUESTA
<i>a) ¿Cuál sería una expresión algebraica que representara el doble del trazo?</i>	
<i>b) ¿Qué significa entonces $(x + 8)$ cm.</i>	
<i>c) ¿Cuál sería una expresión algebraica que representara el triple del trazo aumentado en dos centímetros?</i>	

Análisis pregunta 10 a), b) y c).

En esta pregunta el estudiante debe manejar el lenguaje algebraico y su relación con el lenguaje corriente y presenta un nivel medio de dificultad.

Habilidades matemáticas a evaluar:

- (1) Identifica condiciones específicas del problema, seleccionando la información necesaria.
- (2) Escribe del Lenguaje algebraico al lenguaje común y viceversa.
- (5) Identifica y escribe en lenguaje Algebraico las variables asociadas al problema.

Los resultados obtenidos por los estudiantes del Instituto Sagrado Corazón muestran habilidades similares en el traspaso del lenguaje común al lenguaje algebraico y viceversa, alcanzando un nivel de logro aproximadamente de un 75% coincidiendo que son los mismos estudiantes los que respondieron correctamente los 3 ítems evaluados. En el colegio El Bollenar se presenta un bajo nivel de manejo del lenguaje en los dos sentidos (del algebraico al común y viceversa), alcanzando solo un 25% de respuestas correctas (5 estudiantes), pero con un alto nivel de omisión, aproximadamente un 75%. En el colegio San Valentín se

presentan niveles de logro inferiores a los dos establecimientos anteriores, y con un alto porcentaje de omisión.

PREGUNTA 11.

Plantea SÓLO las ecuaciones que te permitan resolver los siguientes problemas:

- a) Si me pagan \$ 60 tendría el doble de lo que tengo ahora, más \$ 10 ¿Cuánto dinero tengo?
- b) El triple de un número disminuido en uno da 23 ¿Cuál es el número?
- c) La edad de María es el triple de la edad de Rosa más 15 años, y ambas suman 59 años. Hallar ambas edades.

Análisis pregunta 11 a, 11b y 11c.

Esta es una pregunta de dificultad alta por cuanto los estudiantes deben primeramente comprender su enunciado y luego, traducirlo a lenguaje algebraico a través del planteamiento de la/s ecuaciones que permitan su resolución. Los tres ítems presentados muestran distintos niveles de dificultad; el ítem b es de traducción más directa que el ítem a, mientras que el ítem c es la de mayor dificultad al estar involucradas dos variables y, por tanto, deben plantear dos ecuaciones para su resolución.

Habilidades matemáticas a evaluar:

(5) Identifica y escribe en lenguaje Algebraico las variables asociadas al problema

(6) Plantea la ecuación que permite resolver el problema.

- Los resultados alcanzados son coherentes con los niveles de dificultad de los ítems en los tres establecimientos. Es decir la pregunta b presentó menores dificultades que la a y la c, fue la que exhibió mayores errores y omisiones.
- No obstante el rendimiento fue diferente en los tres establecimientos, encontrando que en el Instituto Sagrado Corazón alcanza un 70% de respuestas correctas en el ítem de menor dificultad, mientras que en el colegio El Bollenar y san Valentín llega a un 25% y 19% respectivamente, pero con altos porcentajes de omisión (71% y 73%).
- En el caso del ítem c – consecuente con el grado de dificultad mayor - el rendimiento cae a un 20%, 13% y 0% de respuestas correctas en el Instituto Sagrado Corazón, El Bollenar y San Valentín.

En general se observa que este tipo de problema presenta dificultades a los estudiantes, fundamentalmente por requerir de la comprensión de las condiciones

iniciales y manejo de lenguaje algebraico para su resolución. De los 70 estudiantes, solo un 17% contestó correctamente.

PREGUNTA 12

Escribe en lenguaje corriente las siguientes expresiones matemáticas. Fíjate en el ejemplo.

$2y - 1$ ▶ el doble de un número disminuido en uno.

a) $4y - 2$ ▶

b) $Y - \frac{5}{6}$ ▶

Análisis pregunta 12 a) y b).

En esta pregunta el estudiante debe ser capaz de expresar en lenguaje corriente, el enunciado escrito en términos algebraicos, según el ejemplo dado. Esta pregunta es de dificultad baja, porque las preguntas son similares al ejemplo expuesto.

Habilidades matemáticas a evaluar:

(2) Escribe del Lenguaje algebraico al lenguaje común y viceversa.

En términos generales, comparativamente los resultados obtenidos fueron dispares, concentrándose las mayores dificultades, debido a la gran cantidad de preguntas omitidas, en el Liceo El Bollenar con un 83% de omisión, el Colegio San Valentín un 40,3% y el Instituto Sagrado Corazón con un 2,5%.

PREGUNTA 13

Expresa mediante una igualdad cada uno de los siguientes enunciados:

- a) La suma de X e Y es igual a treinta_____
- b) El doble de X es igual a 50_____
- c) La mitad de treinta y seis es igual a dieciocho_____
- d) El producto de Y multiplicado por diez es igual a cien_____

Análisis pregunta 13 a), b) c) y d)

En esta pregunta el estudiante debe expresar, mediante una igualdad, el enunciado escrito en términos algebraicos. Esta pregunta es de dificultad media,

porque el enunciado ya está expresado en términos algebraicos, por lo tanto, el estudiante sólo tiene que combinar dichos términos con las operaciones explicitadas en el enunciado, formando las igualdades solicitadas. El contenido a evaluar es el concepto de igualdad en el sentido amplio de su significado, que considera que una ecuación es una igualdad entre dos expresiones algebraicas.

Habilidades matemáticas a evaluar:

(6) Plantea la ecuación que permite resolver el problema

En términos generales, comparativamente los resultados obtenidos fueron similares a la pregunta 12 en donde se aprecia una dificultad por parte de los estudiantes del Liceo El Bollenar en expresar de lenguaje común al lenguaje algebraico y Viceversa. El porcentaje de Omitidas es de un 81%, en el Colegio San Valentín es de un 47,1% y las omisiones del Sagrado Corazón es de un 3,7%.

4.2.- RESULTADOS GLOBALES DEL INSTRUMENTO

4.2.1.- Resultado General

A nivel general, los resultados obtenidos se sintetizan en los siguientes aspectos:

- Se obtiene un bajo nivel de logro, reflejado en que el porcentaje de respuestas buenas alcanzó a sólo un 42%.
- Se observa un 44% de omisión y 14% de respuestas erradas.
- Las preguntas que obtienen mayor cantidad de respuestas correctas son la 1 y 5: 1a (99%), 1b (100%), 1c (83%), 1d (96%), 5a (73%) y 5b (83%). En el resto de las preguntas el porcentaje de acierto en cada una de ellas baja a 50% o menos.
- La pregunta 3 presenta un 63% de respuestas erradas.
- Las omisiones se concentran mayoritariamente en la pregunta 7: 7a (71%), 7b (71%) y 7c (73%).

En la tabla siguiente se presenta la síntesis de buenas, malas y omitidas por cada una de las preguntas.

Tabla N° 1: Tabulación de Resultados Totales.

Preguntas	Buenas	%	Malas	%	Omitidas	%	Total
1ª	69	99	1	1	0	0	70
1b	70	100	0	0	0	0	70
1c	58	83	5	7	7	10	70
1d	67	96	0	0	3	4	70
2ª	12	17	15	21	43	61	70
2b	16	23	12	17	42	60	70
3ª	13	19	44	63	13	19	70
4ª	25	36	9	13	36	51	70
4b	28	40	7	10	35	50	70
5ª	51	73	12	17	7	10	70
5b	58	83	3	4	9	13	70
5c	22	31	33	47	15	21	70
6ª	17	24	14	20	39	56	70
6b	18	26	14	20	38	54	70
7ª	7	10	13	19	50	71	70
7b	7	10	13	19	50	71	70
7c	14	20	5	7	51	73	70
8ª	34	49	4	6	32	46	70
9ª	22	31	4	6	44	63	70
10ª	27	39	5	7	38	54	70
10b	21	30	4	6	45	64	70
10c	21	30	6	9	43	61	70
11ª	4	6	26	37	40	57	70
11b	25	36	7	10	38	54	70
11c	7	10	18	26	45	64	70
12ª	35	50	8	11	27	39	70
12b	31	44	4	6	35	50	70
13ª	35	50	7	10	28	40	70
13b	34	49	6	9	30	43	70
13c	28	40	6	9	36	51	70
13d	30	43	5	7	35	50	70
Total	906	42	310	14	954	44	2170

4.2.2.- Resultados Generales por Indicador

Los resultados generales a nivel de indicador del instrumento de evaluación se sintetizan en los siguientes aspectos:

- El indicador que tiene un mayor porcentaje de logro es el primero, que corresponde a “Identifica condiciones específicas del problema, seleccionando la información necesaria”, alcanzando un 59,1% de respuestas correctas.
- El mayor porcentaje de respuestas erradas (28,3%) se concentra en el indicador 9, que habla de la identificación y verificación de soluciones. Es importante señalar que en este indicador se presenta un 49,4% de omisión y sólo un 22,3% de respuestas correctas. Lo anterior estaría indicando que el análisis de soluciones de los problemas les presenta dificultad al grupo de estudiantes.
- Las omisiones mayores, en términos porcentuales, se presentaron en los indicadores 5, 6 y 8, con un 58,3%, 51,4% y 54,9% respectivamente. El indicador 5, “Identifica y escribe en lenguaje algebraico las variables asociadas al problema”, está directamente vinculado a la dificultad del indicador 6, “Plantea la ecuación que permite resolver el problema”.

La síntesis de resultados obtenidos por indicador se presenta en la siguiente

tabla:

Tabla N°2: Resultados Generales a Nivel de Indicadores
(en %)

	% Buenas	% Malas	% Omitidas	% Total
1.- Identifica condiciones específicas del problema, seleccionando la información necesaria	59,1%	6,0%	34,9%	100%
2.- Escribe del Lenguaje algebraico al lenguaje común y viceversa.	41,6%	8,1%	50,3%	100%
3-Identifica diferentes estrategias de resolución del problema	56,0%	18,9%	25,1%	100%
4-Seleccionan la estrategia más eficaz para la resolución del problema	47,1%	19,2%	33,7%	100%
5.- Identifica y escribe en lenguaje Algebraico las variables asociadas al problema.	28,0%	13,7%	58,3%	100%
6.- Plantea la ecuación que permite resolver el problema	32,1%	16,4%	51,4%	100%
7.- Efectúan correctamente las operaciones aritméticas con números enteros,	47,7%	13,1%	39,1%	100%
8.-Utiliza correctamente las propiedades de la igualdad para despejar la incógnita en una ecuación, Reduciendo Términos	21,4%	23,7%	54,9%	100%
9-Identifican y Verifican la existencia o no existencia de la(s) solución(es).	22,3%	28,3%	49,4%	100%

4.3.- Resultados Generales por Variable

Los resultados obtenidos en cada una de las variables de análisis muestran que los porcentajes de logro fueron decreciendo a medida que se avanza en cada uno de los pasos o etapas de Polya, pasando desde un 51,3% en la etapa de “Comprensión del Problema” para llegar a un 27,1% al “Análisis de los Resultados”, como se muestra en la siguiente tabla:

Tabla 3: Resultados Generales por Variable

	Buenas	Malas	Omitidas	Total
Comprensión del Problema	51,3%	6,9%	41,8%	100%
Elaboración del Plan	41,0%	17,2%	41,8%	100%
Ejecución del Plan	32,4%	19,3%	48,3%	100%
Análisis de Resultados	27,1%	24,9%	48,0%	100%

A continuación se exponen los resultados comparados entre los tres colegios participantes del estudio en los siguientes niveles: generales, por indicador y por variable.

4.3.1.- Resultados Comparados por Colegio a nivel general

Una comparación de los resultados alcanzados por cada uno de los colegios los podemos sintetizar en lo siguiente:

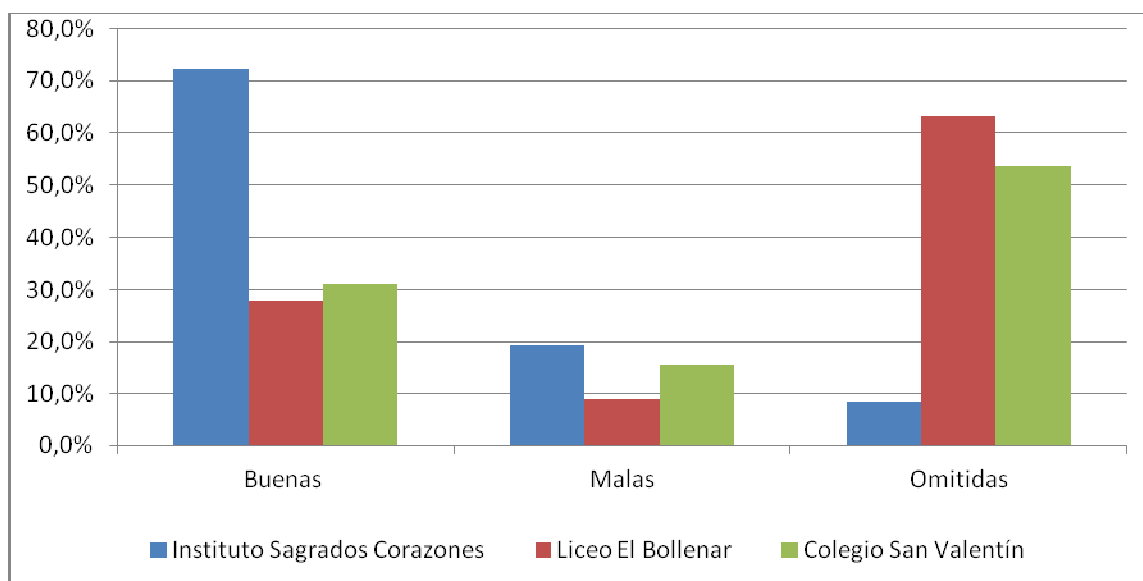
- Existe una diferencia importante en los resultados alcanzados por los tres colegios y en la composición de los mismos.
- En efecto, el Instituto Sagrado Corazón alcanza un 72,3% de logro, mientras que en el Liceo El Bollenar y el Colegio San Valentín este porcentaje de logro alcanza a un 28% y 31% respectivamente.
- El Liceo El Bollenar y el Colegio San Valentín presentan una cantidad mayor de respuestas omitidas, por sobre las respuestas buenas y malas, alcanzando a un 63,2% y 53,5% de omisiones respectivamente. En el Instituto Sagrado Corazón las omisiones llegaron a un 8,5%.
- En relación a las respuestas malas, el mayor porcentaje lo obtiene el Instituto Sagrado Corazón (19,2%), seguido del Colegio San Valentín (15,5%) y del Liceo El Bollenar (8,9%).

En la Tabla 4 y Gráfico 1 siguientes se representan los resultados alcanzados por los tres colegios.

Tabla N° 4 Detalle de los Resultados Generales por Colegio

	Liceo El Bollenar		Instituto Sagrados Corazones		Colegio San Valentín	
	Cantidad	%	Cantidad	%	Cantidad	%
Buenas	208	28,0%	448	72,3%	250	31,0%
Malas	66	8,9%	119	19,2%	125	15,5%
Omitidas	470	63,2%	53	8,5%	431	53,5%
	744	100,0%	620	100,0%	806	100,0%

Gráfico N° 1: Resultados Globales en Porcentaje (%)



Fuente: El Autor

4.3.2.- Resultados Comparados por Colegio a nivel de Indicadores

En la Tabla 5 se entregan los resultados alcanzados por los tres colegios en cada uno de los 9 indicadores de análisis.

Tabla N°5: Resultados por Colegio a Nivel de Indicadores (en %).

INDICADOR	Liceo El Bollenar			Instituto Sagrados Corazones			Colegio San Valentín		
	Buenas	Malas	Omitidas	Buenas	Malas	Omitidas	Buenas	Malas	Omitidas
1.- Identifica condiciones específicas del problema, seleccionando la información necesaria	53,3%	3,3%	43,3%	83,0%	8,5%	8,5%	48,5%	6,2%	45,4%
2.- Escribe del Lenguaje algebraico al lenguaje común y viceversa.	18,1%	2,8%	79,2%	85,6%	7,8%	6,7%	29,5%	13,2%	57,3%
3-Identifica diferentes estrategias de resolución del problema	42,5%	18,3%	39,2%	72,0%	22,0%	6,0%	56,2%	16,9%	26,9%
4-Seleccionan la estrategia más eficaz para la resolución del problema	33,3%	17,3%	49,4%	70,0%	22,1%	7,9%	42,3%	18,7%	39,0%
5.- Identifica y escribe en lenguaje Algebraico las variables asociadas al problema.	20,8%	6,7%	72,5%	62,0%	23,0%	15,0%	8,5%	13,1%	78,5%
6.- Plantea la ecuación que permite resolver el problema	16,0%	8,3%	75,7%	60,8%	29,2%	10,0%	25,0%	14,1%	60,9%
7.- Efectúan correctamente las operaciones aritméticas con números enteros, fraccionarios o decimales	36,7%	10,0%	53,3%	67,0%	22,0%	11,0%	43,1%	9,2%	47,7%
8.-Utiliza correctamente las propiedades de la igualdad para despejar la incógnita en una ecuación, Reduciendo Términos	8,3%	15,5%	76,2%	58,6%	29,3%	12,1%	4,9%	26,9%	68,1%
9-Identifican y Verifican la existencia o no existencia de la(s) solución(es).	18,3%	12,5%	69,2%	62,0%	30,0%	8,0%	8,5%	32,3%	59,2%

A partir de estos resultados se destaca lo siguiente:

Sobre los Logros (preguntas buenas):

- Existe una brecha importante en el porcentaje de logro alcanzado a nivel de indicadores en los tres colegios. El promedio general de logro (de los tres

colegios) por indicadores alcanzó a un 39,5% y el Liceo El Bollenar y el Colegio San Valentín alcanzaron un promedio muy por debajo del general igual a 27,5% y 29,6% respectivamente, mientras que el Instituto Sagrado Corazón alcanzó un promedio de logro de 69%.

- En el Instituto Sagrado Corazón los % de logro por indicador fluctúan entre un 58,6% (Indicador 8) y un 85,6% (Indicador 2), mientras que en el Colegio San Valentín varía entre un 4,9% (Indicador 8) y un 56,2% (Indicador 3) y el Liceo El Bollenar varía entre un 8,3% (Indicador 8) y un 53,3% (Indicador 1).
- En los tres colegios el indicador 8 es el de más bajo logro (Utiliza correctamente las propiedades de la igualdad para despejar la incógnita en una ecuación, reduciendo términos).

Sobre los Errores (preguntas malas):

- El Instituto Sagrado Corazón alcanzó el mayor % promedio de errores a nivel de indicadores (21,5%), superando el promedio de errores general de los tres colegios que fue de un 16%. El Liceo El Bollenar y el Colegio San Valentín obtuvo un % promedio de errores igual a 10,5% y 16,7% respectivamente.
- En el Liceo El Bollenar se observa que el mayor porcentaje de error se obtiene en el Indicador 3 (Identifica diferentes estrategias de resolución del problema)

con un 18,3%, y el con menor porcentaje de error corresponde al Indicador 2 (Escribe del lenguaje algebraico al lenguaje común y viceversa) con un 2,8%.

- El Indicador 2 también se observa como el que presenta menor porcentaje de error en el Instituto Sagrado Corazón, alcanzando un 7,8%. En este colegio del Indicador 9 (Identifican y Verifican la existencia o no existencia de soluciones) totaliza un 30% de error.
- En el Colegio San Valentín, por su parte, el indicador que tiene un mayor porcentaje de error es el (9) con un 32,3% que corresponde a “Identifican y Verifican la existencia o no existencia de la(s) solución(es)”, y el con menor porcentaje de error corresponde al Indicador 1 (Identifica condiciones específicas del problema, seleccionando la información necesaria) con un 6,2%.

Sobre las dificultades (preguntas omitidas):

- Los porcentajes de omisión promedio que obtuvieron los estudiantes del Liceo El Bollenar y del Colegio San Valentín al responder el Instrumento alcanzaron a un 62% y 53,7% respectivamente, lo cual es un porcentaje bastante alto y lejano a la media de los 3 colegios (43,9%). En cambio, en el Instituto Sagrado Corazón la omisión alcanzó a un 9,5%.

- En el Liceo El Bollenar el indicador que tiene un mayor porcentaje de omisión es el (2) con un 79,2% que corresponde a “Escribe del Lenguaje algebraico al lenguaje común y viceversa”, y el con menor % de omisión corresponde al (3) con un 39,2%, el cual corresponde a “Identifica diferentes estrategias de resolución del problema”.
- En el Colegio San Valentín, el Indicador 5 (Identifica y escribe en lenguaje Algebraico las variables asociadas al problema) alcanza el mayor porcentaje de omisión con un 78,5%, y el menor porcentaje de omisión se presenta en el Indicador 3 con un 26,9%, que corresponde a “Identifica diferentes estrategias de resolución del problema”.
- El indicador que tiene un mayor porcentaje de omisión en el Instituto Sagrado Corazón es el (5) con un 15,0% que corresponde a “Identifica y escribe en lenguaje Algebraico las variables asociadas al problema”, y el con menor porcentaje de omisión corresponde al (3) con un 6,0%, correspondiente a “Identifica diferentes estrategias de resolución del problema”.

4.3.3.- Resultados Comparados por Colegio a nivel de Variables

A continuación se presentan los resultados comparados a nivel de variables (cuatro pasos de Polya), que se sintetizan en lo siguiente:

TABLA N°6: RESULTADOS POR VARIABLE

	Liceo El Bollenar				Instituto Sagrados Corazones				Colegio San Valentín			
	Buenas	Malas	Omitidas	Total	Buenas	Malas	Omitidas	Total	Buenas	Malas	Omitidas	Total
Comprensión del Problema	36,6%	3,1%	60,3%	100%	84,2%	8,2%	7,6%	100%	39,5%	9,5%	51,0%	100%
Elaboración del Plan	28,1%	12,9%	59,1%	100%	66,3%	24,1%	9,6%	100%	33,4%	15,9%	50,7%	100%
Ejecución del Plan	20,1%	13,2%	66,7%	100%	62,1%	26,3%	11,7%	100%	20,8%	19,6%	59,6%	100%
Análisis de Resultados	18,3%	12,5%	69,2%	100%	62,0%	30,0%	8,0%	100%	8,5%	32,3%	59,2%	100%

- En los tres colegios el nivel de logro va disminuyendo a medida que se avanza en las distintas etapas de Polya. Sin embargo, los resultados alcanzados por cada uno de los colegios difiere sustancialmente.
- En efecto, el rango entre la variable menos lograda (Análisis de Resultados) y la más lograda (Comprensión del Problema) en el Instituto Sagrado Corazón va entre un 62% y un 84,2%, mientras que este indicador es notoriamente inferior para los otros dos colegios, situándose entre un 8,5% y 39,5% en el Colegio San Valentín y un 18,3% y 36,6% en el Liceo El Bollenar.
- Tanto el Liceo El Bollenar como el Colegio San Valentín presentan altos porcentajes de omisiones en cada una de las variables, lo que estaría mostrando las dificultades que presentan los estudiantes en la resolución de

problemas. El porcentaje de omisión se sitúa en estos colegios por sobre el 50%, llegando incluso a un 69,2% de omisión en la variable “Análisis de Resultados” en el Liceo El Bollenar. En el Instituto Sagrado Corazón, las omisiones son relativamente pequeñas, alcanzando el más alto porcentaje de omisión (11,7%) en la variable “Ejecución del Plan”.

- Al revisar los errores por variable, nos encontramos que el Instituto Sagrado Corazón presenta porcentajes de errores superiores a las omisiones en todas las variables, mientras que en el Colegio San Valentín y Liceo El Bollenar esta relación es inversa, es decir, en estos dos colegios los errores son menores a las omisiones.

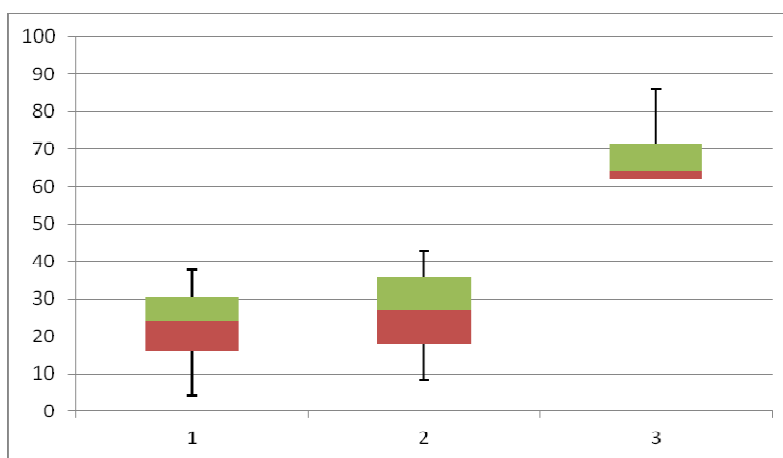
4.3.4.- Dispersión y Simetría de los resultados Comparativos por Colegio

- **Logros por Colegio**

Los porcentajes de logro por colegio, en términos generales, muestran una mayor homogeneidad en los datos en el Instituto Sagrado Corazón, en cambio, el Liceo El Bollenar y Colegio San Valentín hay mayor simetría. Es claro que los porcentajes de logros por variable son mucho mayores en el Instituto Sagrado Corazón respecto de los otros dos colegios. Si comparamos los otros dos colegios

entre sí, los resultados del Colegio San Valentín son levemente mayores a los del Liceo El Bollenar, aunque los datos son menos homogéneos.

**Gráfico N°2: Simetría de los resultados de logro por Colegio
(En %)**



1 - Liceo El Bollenar

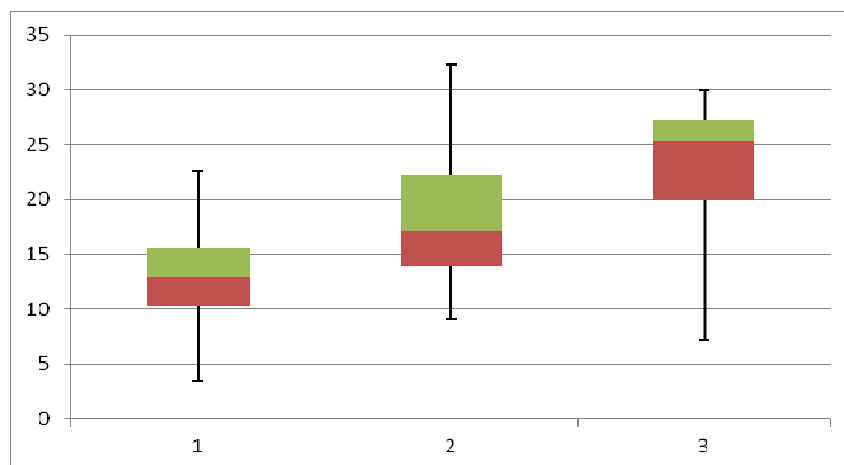
2 - Colegio San Valentín

3- Instituto Sagrado Corazón

- **Errores por Colegio**

En el porcentaje de errores por colegio, en términos generales hay una mayor homogeneidad en los datos en el Liceo El Bollenar y una mayor simetría; es claro que los % de error por variable son mayores en el Instituto Sagrado Corazón respecto de los otros dos colegios. Si comparamos los otros dos colegios entre sí, los % de error por variable del Colegio San Valentín son mayores a los del Liceo El Bollenar.

Gráfico N°3: Simetría de los resultados de error por Colegio
(En %)



1 – Liceo El Bollenar

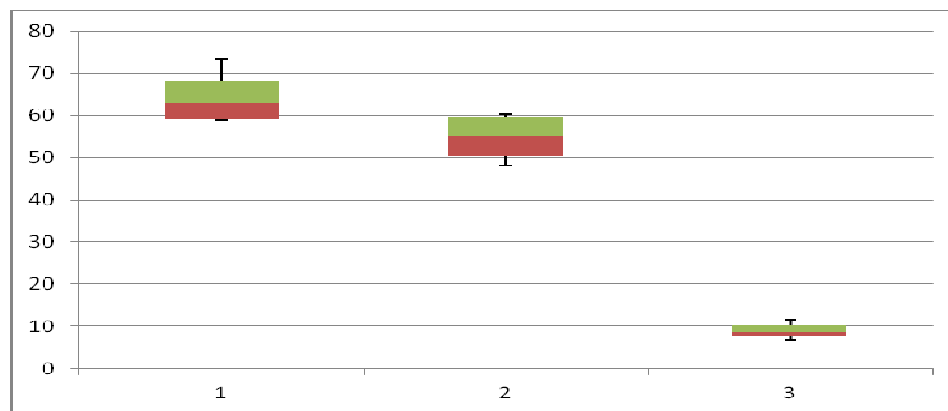
2 – Colegio San Valentín

3- Instituto Sagrado Corazón

- **Omisiones por Colegio**

En el porcentaje de omisión por colegio, en términos generales hay una mayor homogeneidad en los datos en el Instituto Sagrado Corazón y una mayor simetría en el Colegio San Valentín y Liceo El Bollenar. Es claro que los porcentajes de omisión por variable son bastante menores en el Instituto Sagrado Corazón respecto de los otros dos colegios. Si comparamos los otros dos colegios entre sí, los porcentajes de omisión por variable del Colegio San Valentín son menores a los del Liceo El Bollenar.

Gráfico N°4: Simetría de los resultados de Omisiones por Colegio
(En %)



1 – Liceo El Bollenar

2 – Colegio San Valentín

3- Instituto Sagrado Corazón

4.4.- Características de los Errores por Colegio

Tabla N°7: Errores por Colegio

PREGUNTA	Colegio San Valentín	Instituto Sagrado Corazón	Liceo El Bollenar
1-A	-Sin preguntas malas	-Sin preguntas malas	-Error en Interpretación de Datos
1-B	-Sin preguntas malas	-Sin preguntas malas	-Sin preguntas malas
1-C	-Sin preguntas malas	-Error en las operaciones aritméticas con números enteros.	-Errores en Interpretación de Datos.
1-D	-Sin respuestas malas	-Sin respuestas malas	-Sin respuestas malas
2-A	-Error en despejar la variable	-Error en despejar la variable	-Error en despejar la variable
2-B	-Error en despejar la variable	-Error en despejar la variable	-Error en despejar la variable

3	-Responden la pregunta, sin resolver la ecuación	-Responden la pregunta, sin resolver la ecuación	-Responden la pregunta, sin resolver la ecuación
4-A	-No identifican condiciones del problema	-No identifican condiciones del problema	-No identifican condiciones del problema
4-B	-No identifican condiciones del problema	-No identifican condiciones del problema	-Sin Errores
5-A	-No selecciona la estrategia más conveniente	-No selecciona la estrategia más conveniente	-No selecciona la estrategia más conveniente
5-B	-Sin respuestas malas	-Sin respuestas malas	- No selecciona la estrategia más conveniente
5-C	-No verifican la existencia de más soluciones	-No verifican la existencia de más soluciones	-No identifica las estrategias de Solución.
6-A	-No utiliza correctamente las propiedades de la igualdad	-No utiliza correctamente las propiedades de la igualdad	-No utiliza correctamente las propiedades de la igualdad
6-B	-No selecciona la estrategia adecuada -No utiliza correctamente las propiedades de la igualdad	-No utiliza correctamente las propiedades de la igualdad	-No selecciona la estrategia adecuada -No utiliza correctamente las propiedades de la igualdad
7-A	-Sin respuestas malas	-No utiliza correctamente las propiedades de la igualdad para despejar la incógnita en una ecuación	--No utiliza correctamente las propiedades de la igualdad para despejar la incógnita en una ecuación

7-B	-Responde sin evidencia de haber resuelto la ecuación -No efectúa operaciones correctamente, para resolver ecuación	-Responde sin evidencia de haber resuelto la ecuación -No efectúa operaciones correctamente, para resolver ecuación	- Sin respuestas malas
7-C	-Responde sin evidencia de haber resuelto la ecuación -No efectúa operaciones correctamente, para resolver ecuación	-Responde sin evidencia de haber resuelto la ecuación -No efectúa operaciones correctamente, para resolver ecuación	-Responde sin evidencia de haber resuelto la ecuación -No efectúa operaciones correctamente, para resolver ecuación
8	-No identifica las condiciones específicas para resolver el problema	- Sin Respuestas malas	- Sin respuestas malas
9	-Responde sin evidencia de haber resuelto la ecuación -No identifica y tampoco verifica la existencia de la solución	- Sin Respuestas malas	- Sin respuestas malas
10-A	-No identifica las condiciones específicas para resolver el problema	-No identifica las condiciones específicas para resolver el problema	- Sin respuestas malas
10-B	-No identifica las condiciones específicas para resolver el problema	-No identifica las condiciones específicas para resolver el problema -No traduce en lenguaje algebraico correcto el enunciado	- No Traduce en lenguaje Algebraico

10-C	-No identifica las condiciones específicas para resolver el problema -No traduce en lenguaje algebraico correcto el enunciado	-No identifica las condiciones específicas para resolver el problema -No traduce en lenguaje algebraico correcto el enunciado	- Sin respuestas malas
11-A	-No identifican y escriben las variables asociadas al problema	-No identifican y escriben las variables asociadas al problema	-No identifican y escriben las variables asociadas al problema
11-B	-No identifican y escriben las variables asociadas al problema	-No identifican y escriben las variables asociadas al problema -No plantea la ecuación adecuada para resolver el problema	-No identifican y escriben las variables asociadas al problema
11-C	-No plantea la ecuación adecuada para resolver el problema	-No identifican y escriben las variables asociadas al problema -No plantea la ecuación adecuada para resolver el problema	-No plantea la ecuación adecuada para resolver el problema
12-A	-No escriben en lenguaje corriente la expresión algebraica	- Sin Respuestas malas	-Confunde Lenguaje
12-B	-No escriben en lenguaje corriente la expresión algebraica	-No escriben en lenguaje corriente la expresión algebraica	- Sin respuestas malas
13-A	-No plantea la ecuación adecuada para resolver el problema	-No plantea la ecuación adecuada para resolver el problema	-No plantea la ecuación adecuada para resolver el problema

13-B	-No plantea la ecuación adecuada para resolver el problema	-No plantea la ecuación adecuada para resolver el problema	-No plantea la ecuación adecuada para resolver el problema
13-C	-No plantea la ecuación adecuada para resolver el problema	- Sin Respuestas malas	- No plantea la ecuación adecuada para resolver el problema
13-D	-No plantea la ecuación adecuada para resolver el problema	-No plantea la ecuación adecuada para resolver el problema	-No plantea la ecuación adecuada para resolver el problema

**CAPÍTULO V:
CONCLUSIONES**

CONCLUSIONES

En la disciplina de la Matemática, la resolución de problemas es la fuente principal de la generación de nuevos pensamientos, conocimientos y nuevas formas de modelar situaciones. Según nuestra apreciación, es el motor que impulsa la generación de nuevos conceptos que comenzaron desde que el hombre se encontró con nuevas situaciones, las cuales - en primer lugar - hubo un proceso cognitivo que permitió comprender y asimilar la situación para luego comenzar a formar estrategias para sortear el obstáculo. Esto llevó en gran medida a desarrollar las teorías y conceptos matemáticos que hasta el día de hoy perduran.

En nuestra investigación se propuso detectar las dificultades que encuentran los jóvenes de un rango de edad entre 14 y 16 años pertenecientes a primer año de enseñanza media, pertenecientes a las 3 formas de educación presentes en nuestro país: educación particular, educación particular subvencionada y la educación municipal. Para esto tomamos 3 liceos de la Región Metropolitana, con realidades distintas, en lo que respecta a la situación socioeconómica, pero similares en cuanto a los programas de estudio.

Después de analizar los resultados obtenidos al aplicar nuestro instrumento, cuantitativa y cualitativamente, se puede concluir lo siguiente:

- En relación al nivel de preguntas, las que presentan mejor nivel de logro (1a, 1b y 1d) son aquellas que evalúan manejo de operatoria aritmética básica con números naturales, que pueden ser respondidas incluso sin recurrir a conocimientos formales de matemática. La respuesta requiere de la realización de un cálculo básico. Su comprensión es directa por cuanto involucra situaciones de la vida cotidiana, como es la compra de productos.
- Sin embargo, al analizar las respuestas de la pregunta 1-c, el porcentaje de logro baja de manera significativa, ya que deben no sólo aplicar cálculo directo, sino que identificar información relevante del problema y aplicar una estrategia para su resolución.
- El mayor porcentaje de errores se concentra en las preguntas 3, 5c y 11a. Al analizar los errores cometidos, estos tienen naturaleza distinta. Primero, un porcentaje importante de errores proviene de problemas de aprendizaje de conocimientos formales de matemática, como procedimiento para la resolución de ecuaciones de primer grado, diferenciar entre ecuación, identidad e igualdad, análisis de las soluciones de una ecuación. Otra fuente importante de errores guarda relación con las habilidades de razonamiento, elaboración de

estrategias y dificultades de traspaso de lenguaje común a lenguaje matemático.

- Considerando que en los tres colegios se cumplió con la cobertura curricular programada en el primer trimestre relativo a los contenidos asociados al álgebra inicial, el análisis de las preguntas omitidas coincide en gran medida con problemas relacionados con el manejo de los contenidos. La pregunta con más alta omisión (7a, 7b, 7c) presentó serias dificultades en los estudiantes debido a que exige aplicación de los conocimientos obtenidos en la resolución de ecuaciones y análisis de soluciones. Se observa una aplicación mecanicista de los conceptos, como creer que una ecuación debe tener tantas soluciones como el grado que contiene su incógnita. La incompreensión de los conceptos y la repetición mecánica o algorítmica de contenidos matemáticos se transforman en una dificultad mayor en la resolución de problemas.
- Por otro lado, al analizar desde el punto de vista de las variables (pasos de Polya) se puede concluir que los resultados de logro alcanzados en el presente estudio muestran la existencia de serias falencias en las habilidades necesarias para la resolución de problemas, en todos los niveles o etapas planteadas por la metodología de Polya. En efecto en promedio, a medida que avanzamos en las distintas variables (etapas), el porcentaje de logro va

descendiendo el mayor porcentaje de logro alcanza a tan sólo un 50,4% correspondiente a la etapa de comprensión del problema, un 40,1 correspondiente a Elaboración del Plan, un 34,5% correspondiente a Ejecución del Plan y hasta alcanzar un 22,3% para el análisis de resultados.

Los resultados alcanzados confirman el hecho de que las principales dificultades del proceso de aprendizaje de la matemática guardan relación con la deficiente capacidad de comprender los problemas matemáticos y las habilidades necesarias para su resolverlos.

- El bajo logro de la etapa 1 (comprensión del problema) se relaciona con la dificultad de los estudiantes de identificar claramente el problema a resolver, que pasa por comprender las condiciones y principales partes del problema, dificultades en la comprensión lectora, variables relevantes, entre otras. El alto porcentaje de omisión (44%) refleja precisamente la incapacidad de comprender el problema planteado, no pudiendo ni siquiera asociarlo a problemas relacionados o vistos con anterioridad.
- Se observa en los resultados obtenidos un bajo manejo por parte de los estudiantes de herramientas matemáticas básicas, que van desde la aritmética básica, diferencias entre identidad, igualdad y ecuación, resolución de ecuaciones de primer grado y propiedades y análisis de soluciones. A estas

carencias se debe el bajo logro de la etapa 3 (Ejecución del Plan) que alcanzó un nivel de logro promedio de un 34,3% y una omisión del 46%.

- En la etapa de análisis de resultados (Paso 4 de acuerdo a Polya) que alcanzó a un 29,6% de logro, permite evidenciar las habilidades de los estudiantes de la real comprensión del problema, a través de la verificación de la coherencia de la respuesta encontrada al problema planteado. Sin embargo, en esta variable se da el más alto nivel de errores (24,9%), lo que indica que los estudiantes entregan una respuesta sin analizar si esta solución es factible o no.
- Al analizar comparativamente los resultados de los tres colegios se puede concluir que en los 3 liceos se da la misma tendencia en cuanto a los resultados según se avanza en las etapas de Polya. Sin embargo el colegio con mejores resultados es el Instituto Sagrado Corazón con un nivel de logro de un 72,3%, seguido por el Colegio San Valentín con un 31% y finalmente el Liceo Polivalente El Bollenar con un 28%.
- Desde el punto de vista de las dificultades, medidas a través de las preguntas omitidas, el grupo de estudiantes que menos dificultades presentaron en el desarrollo del instrumento, pertenecen al Instituto Sagrado Corazón con un

8,5% de omisión, seguido por los estudiantes del colegio San Valentín con un 53,5% y finalmente el Liceo Polivalente El Bollenar con un 63,2%.

- En relación a los errores, medidos como porcentaje de preguntas malas, se resalta el hecho que el mayor porcentaje lo alcanza el Instituto Sagrado Corazón (19,2%), seguido del Colegio San Valentín (15,5%) y el más bajo porcentaje de error es cometido por los estudiantes del Liceo El Bollenar con un 8,9%.
- Con los resultados anteriores, se aprecia que el Colegio con más alto porcentaje de logro al mismo tiempo obtiene el más alto porcentaje de errores; mientras que los dos colegios con menores resultados de logro, se caracterizan al mismo tiempo presentar altos porcentajes de omisiones.
- Dentro de las variables a considerar en el análisis de los resultados obtenidos por los tres colegios, podemos señalar que el entorno sociocultural, la organización interna y los recursos disponibles en los colegios podrían ser factores que inciden en los logros alcanzados. En este estudio se obtiene que el colegio particular es el que alcanza los mejores resultados, seguido por el colegio particular subvencionado y el Liceo Municipal.
- El Instituto Sagrado Corazón es una institución privada cuya mensualidad asciende a \$120.000; la mayoría de los apoderados han declarado tener en

promedio 12 o más años de escolaridad y un ingreso del hogar de \$1.100.000 o más. Los padres están directamente involucrados en la educación de sus hijos y en su mayoría fueron ex alumnos o son familiares de ex alumnos. Dentro de su administración curricular existen departamentos a cargo de profesores especialistas en el área, las planificaciones y las evaluaciones están estandarizadas y son realizadas por el director académico de cada departamento; el docente dispone de bastante tiempo, facilitándose así el proceso de enseñanza aprendizaje. En el curso no hay alumnos con problemas de vulnerabilidad, necesidades educativas especiales, ni estudiantes que hayan repetido el nivel.

- Por otro lado el Colegio San Valentín es una institución subvencionada particular gratuita, el jefe de UTP es de enseñanza básica, no es especialista en el área de matemáticas. La enseñanza media del establecimiento está en proceso de implementación. Esta situación evidencia una “desorganización y poca competencia”, que podría incidir en los resultados, ya que si bien, existe un monitoreo del proceso de enseñanza aprendizaje no hay claridad para apoyar dicho proceso. Desde el punto de vista socio económico cabe destacar que los estudiantes presentan un índice de vulnerabilidad de un 84,84%.

- El liceo Polivalente El Bollenar es una Institución municipal rural, en donde la gran mayoría de los estudiantes tienen padres con trabajos de temporada, razón por la cual ellos no se involucran en el proceso de aprendizaje de sus hijos, su índice de vulnerabilidad es de un 98,5%. El curso objeto de este análisis es heterogéneo, al igual que el Colegio San Valentín y a diferencia del Instituto Sagrado Corazón. De acuerdo a la organización, existe una sola unidad técnica que está a cargo de la enseñanza básica y de la enseñanza media, al igual que en el Colegio San Valentín. Esta podría ser una de las razones por la cual obtuvieron resultados similares en el instrumento (28% y 31% en el porcentaje de logro y 63,2% y 53,5% en el porcentaje de omisiones respectivamente).

VI.- RECOMENDACIONES

En nuestra opinión, para mejorar el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática y específicamente el modelamiento y resolución de problemas proponemos:

- Efectuar una intervención pedagógica basada en el método de George Polya para la enseñanza en la resolución de problemas Matemáticos, ya que permite estructurar el proceso en sus distintas etapas para diagnosticar los errores y dificultades, mejorar la didáctica en el aula y motivar el aprendizaje de los estudiantes en distintos niveles de educativos. Para esto se propone capacitar a los profesores y la Unidad Técnica Profesional en la metodología de G. Polya, para estandarizar el proceso de enseñanza aprendizaje.
- Mejorar la coordinación y comunicación entre profesores y UTP, ya que según nuestra investigación incide en los resultados de los estudiantes.
- Complementar el trabajo pedagógico del profesor en relación a la heterogeneidad de los estudiantes, con especialistas (psicólogos,

psicopedagogos, educadores diferenciales orientadores y asistentes sociales), y que este complemento sea coordinado con voluntad para augurar la eficiencia en el proceso.

VII.- BIBLIOGRAFÍA

ARAVENA D. María, Caamaño E. Carlos, “Modelización con estudiantes de de Secundaria de la comuna de Talca, Chile (2007), extraído de <http://www.scielo.cl/pdf/estped/v33n2/art01.pdf>

Compistrous, Luis y Rizo Celia, “Aprende a resolver Problemas Aritméticos”. Editorial Pueblo y Educación, 1998

ESCUDERO MARTÍN, Jesús. “Resolución de Problemas Matemáticos”, Centro de Profesores y Recursos, Salamanca 1999.

FERRER, Maribel y REBOLLAR Alfredo. “Cómo dirigir el proceso de formación de Habilidades Matemáticas”. Santiago de Cuba, Instituto Superior Pedagógico “Frank País García”, año 2003

Jiménez L., Darrigrandi F. Guía Didáctica para el Profesor Matemática 7º. Santillana del Pacífico S.A. de Ediciones. Santiago, Chile, 2009.

Kaput. J. (1998). Teaching and Learning a new algebra with understanding. Dartmouth, MA: National Center for improving Student Learning and Achievement in Mathematics and Science.

Mancera Martínez, Eduardo. “Errar es un Placer: El uso de los errores para el desarrollo del Pensamiento Matemático; Editorial Grupo Santillana, México, vol. 15, núm. 2, agosto, 2003.

Mapas de Progreso del Aprendizaje, Sector Matemática, Mapa de Progreso de Álgebra. www.curriculum-mineduc.cl ISBN: 978-956-292-224-. Registro de Propiedad Intelectual N° 179.841 Alameda 1371, Santiago.

Matemática, Cuadro sinóptico de unidades y contenidos.
<http://www.profesorenlinea.cl/ varios/Primero%20Medio/1M05matematica.htm>

Matemática, Programa de Estudio Primer Año Medio. Ministerio de Educación; Unidad de Currículum y Evaluación. ISBN 978-956-292-326-2. Ministerio de Educación, República de Chile Alameda 1371, Santiago. Primera Edición: 2011

POLYA, George. “Cómo Plantear y Resolver Problemas”; Editorial Trillas, Décimo quinta Impresión, Febrero 1989, México.

Rosen , K, H. “Matemática Discreta y sus Aplicaciones”, Chile, Mcgraw Hill, 2004.

Ruffinelli, Jorge. Comprensión de la Lectura. México, Editorial Trillas., 2ª edición 1982

ANEXOS

ANEXO 1

DESCRIPCION DE LA UNIDAD

Unidad

Álgebra

Conocimientos previos

Concepto de variable

Dependencia e independencia de variables

Variación proporcional directa e inversa

Ecuación de primer grado con dos incógnitas

Contenidos

Resolución de problemas mediante ecuaciones literales

Habilidades Matemáticas

Previos			
6° básico	7° básico	8° básico	1° Medio
	Emplear formas simples de modelamiento matemático Resolver problemas en contextos diversos y significativos, utilizando los contenidos del nivel	Emplear formas simples de modelamiento matemático Resolver problemas en contextos diversos y significativos	Aplicar modelos lineales que representan la relación entre variables Analizar estrategias de resolución de problemas de acuerdo con criterios definidos

Aprendizajes Esperados

Previos			
6° básico	7° básico	8° básico	1° Medio
Eje: Números y álgebra II	Eje: Números y álgebra	Eje: Álgebra	Eje: Álgebra
<p>Representar generalizaciones que surjan a partir de relaciones numéricas, utilizando letras como variables</p> <p>Reconocer ecuaciones de primer grado con una incógnita en el ámbito de los números naturales y verificar la igualdad</p> <p>Utilizar estrategias para resolver ecuaciones de primer grado que son modelos de diversas situaciones de la vida cotidiana</p> <p>Verificar soluciones de ecuaciones de primer grado con una incógnita obtenidas en la resolución de ellas mediante sustitución de la incógnita o el análisis</p>	<p>Resolver problemas que impliquen plantear y resolver ecuaciones de primer grado con una incógnita en el ámbito de los números enteros y fracciones o decimales positivos, y problemas que involucran proporcionalidad</p>	<p>Plantear ecuaciones que representan la relación entre dos variables en diversos contextos</p>	<p>Establecer estrategias para resolver ecuaciones lineales</p> <p>Resolver problemas asociados a situaciones cuyos modelos son ecuaciones literales de primer grado</p>

Indicadores de Evaluación

- Emplean técnicas algebraicas para expresar ecuaciones literales de primer grado en la forma $ax = b$
- Resuelven ecuaciones literales de primer grado
- Verifican las soluciones obtenidas

Actitudes

- La perseverancia, el rigor, la flexibilidad y originalidad al resolver problemas matemáticos

Mapas de Progreso

Según los Mapas de Progreso, el nivel relacionado a la Unidad en Primero Medio es:

Nivel 3:

- Comprende que en las expresiones algebraicas las letras pueden representar distintos valores de acuerdo al contexto.
- Reconoce las expresiones algebraicas que representan las propiedades de las operaciones e interpreta expresiones algebraicas que representan la generalización de una operación matemática. Comprende que una misma expresión tiene distintas representaciones algebraicas equivalentes. Resuelve ecuaciones de primer grado donde la incógnita se encuentra a un solo lado de la igualdad, utilizando estrategias informales. Justifica sus soluciones explicitando las estrategias utilizadas.

Anexo 2

PRUEBA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

NOTA

--

NOMBRE _____

CURSO _____ FECHA _____

PUNTAJE MÁXIMO _____ PUNTAJE OBTENIDO _____

- | |
|--|
| <ul style="list-style-type: none">• SE CONTESTA CON LAPIZ GRAFITO.• LEE ATENTAMENTE ANTES DE CONTESTAR.• DISPONES DE 60 MINUTOS PARA EL DESARROLLO DE ESTA PRUEBA. |
|--|

PREGUNTA 1

Encontrar la información de un menú:

MENU	
JUGO DE NARANJA	\$ 920

CEREAL	\$ 615
HUEVOS	\$ 540
TOSTADAS	\$ 250
LECHE	\$ 370

Responde las siguientes preguntas:

a) ¿Cuánto cuestan 4 tostadas?

b) ¿Qué producto es el más caro?

c) Juan pagó con \$2.000 y le dieron de vuelto \$ 830 ¿Qué consumió Juan?

d) Andrea tiene \$ 300 ¿Qué puede comprar?

PREGUNTA 2

a) Señala en cuál de los procedimientos de resolución indicados, NO es posible encontrar el valor numérico de la incógnita.

b) Justifica tu respuesta escribiendo el procedimiento correcto.

$-3x + 2 = 18 + x$	$5x + 15 = 45$
--------------------	----------------

<i>I. Resto 2 a ambos lados de la igualdad.</i>	<i>I. Resto 45 a ambos lados de la igualdad.</i>
<i>II. Resto x a ambos lados de la igualdad.</i>	<i>II. Divido por 5 a ambos lados de la igualdad.</i>
<i>III. Divido por -4 a ambos lados de la igualdad.</i>	<i>III. Resto 6 a ambos lados de la igualdad.</i>

PREGUNTA 3

Al resolver la siguiente ecuación $2(x + 5) - 3 = 2x + 7$, la o las posibles soluciones son:

A) Ninguna

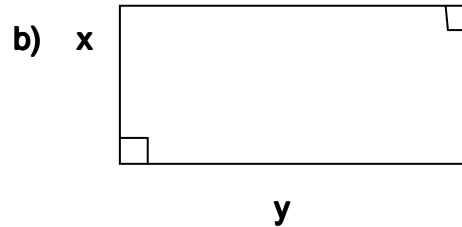
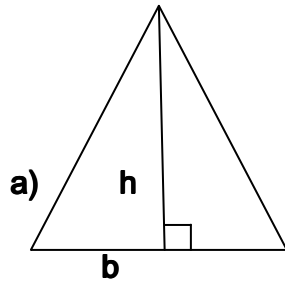
B) Una solución.

C) Varias soluciones.

D) Infinitas soluciones

PREGUNTA 4

Expresa usando lenguaje algebraico, el área de las siguientes figuras geométricas:



Recuerda:

3. El área de un cuadrilátero se calcula multiplicando la medida de su base por la altura de éste.
4. El área de un triángulo se calcula multiplicando la medida de su base por la altura de este y dicho resultado se divide por dos.

PREGUNTA 5

Observa los datos que aparecen en el cartel de un supermercado.

Cada papel higiénico por separado cuesta \$ 270. Analiza las ofertas, evalúa y decide cuál es la mejor.



a) Quieres llevar 4 rollos ¿Cómo te conviene hacer tu compra? (Escoge la Alternativa más Barata)

--

b) Quieres llevar 6 rollos de papel higiénico ¿Cómo lo harías? ¿Cuánto tienes que gastar?

--

c) ¿De cuántas maneras puedes comprar 8 rollos de papel higiénico? Especifica.

--

PREGUNTA 6

Señala con palabras que operaciones se deben efectuar para resolver las siguientes ecuaciones y determina el valor de x.

a) $29 + x = 25$	b) $4x + 9 = 19$
<i>I.</i>	<i>I.</i>
<i>II.</i>	<i>II.</i>
<i>III.</i>	<i>III.</i>
X =	X =

PREGUNTA 7

Resuelve la ecuación y responde las preguntas planteadas.

a) $3(x - 5 * 3 - 1) = 0$

b) ¿Para cuales valores de x se mantiene la igualdad?

c) Si existe solución, ¿Cuántas soluciones puede tener esta ecuación?

PREGUNTA 8

Descubre y tarja la información que no te sirve para resolver el problema:

El vuelo a Puerto Montt tenía asientos para 297 personas; 58 de los asientos estaban vacíos. El vuelo duró 125 minutos.

¿Cuántas personas había en el vuelo?

PREGUNTA 9

Responda las preguntas planteadas en relación a la siguiente ecuación:

$$3x = 3x - 7$$

¿Existe algún valor numérico de x con el cual se cumpla la igualdad?

--

PREGUNTA 10

Si x representa la longitud de un trazo en centímetros:

PREGUNTA	RESPUESTA
a) ¿Cuál sería una expresión algebraica que representara el doble del trazo?	
b) ¿Qué significa entonces $(x + 8)$ cm.	
c) ¿Cuál sería una expresión algebraica que representara el triple del trazo aumentado en dos centímetros?	

PREGUNTA 11

Plantea SÓLO las ecuaciones que te permitan resolver los siguientes problemas:

- a) Si me pagan \$ 60 tendría el doble de lo que tengo ahora, más \$ 10 ¿Cuánto dinero tengo?
- b) El triple de un número disminuido en uno da 23 ¿Cuál es el número?
- c) La edad de María es el triple de la edad de Rosa más 15 años, y ambas suman 59 años. Hallar ambas edades.

PREGUNTA 12

Escribe en lenguaje corriente las siguientes expresiones matemáticas. Fíjate en el ejemplo.

$2y - 1$ ▶ el doble de un número disminuido en uno.

a) $4y - 2$ ▶

b) $Y - \frac{5}{6}$ ▶

PREGUNTA 13

Expresa mediante una igualdad cada uno de los siguientes enunciados:

- a) La suma de X e Y es igual a treinta _____
- b) El doble de X es igual a 50 _____
- c) La mitad de treinta y seis es igual a dieciocho _____
- d) El producto de Y multiplicado por diez es igual a cien _____

Anexo 3 : "Tabla N° 1 Tabla de Especificaciones"

Variable	Aprendizajes Esperados	Indicadores	Preguntas Asociadas
Comprensión del problema	Traducir enunciados verbales al lenguaje algebraico	1.- Identifica condiciones específicas del problema, seleccionando la información necesaria	1a-1b-1c-1d-4a-4b-8-10a-10b-10c
	Seleccionar información y datos pertinentes	2.- Escribe del Lenguaje algebraico al lenguaje común y viceversa.	10a-10b-10c-12a-12b-13a-13b-13c-13d
Elaboración del plan	Elaborar estrategias o planes de resolución	3-Identifica diferentes estrategias de resolución del problema	1c-5a-5b-5c-7a
		4-Seleccionan la estrategia más eficaz para la resolución del problema	1c-5a-5b-5c-6a-6b-7a
	Traduce un Problema Verbal a una ecuación de primer Grado	5.- Identifica y escribe en lenguaje Algebraico las variables asociadas al problema. 6.- Plantea la ecuación que permite resolver el problema	10a-10b-10c-11a-11b 11a-11b-11c-13a-13b-13d
Ejecución del plan	Resuelve el problema en forma aritmética	7.- Efectúan correctamente las operaciones aritméticas con números enteros, fraccionarios o decimales	1c-1d-6a-6b-7a
	Resuelve la ecuación	8.-Utiliza correctamente las propiedades de la igualdad para despejar la incógnita en una ecuación, Reduciendo Términos	2a-2b-3-6a-6b-7a-9
Análisis de resultados	Estudiar las soluciones del problema	9-Identifican y Verifican la existencia o no existencia de la(s) solución(es).	3-5c-7b-7c-9

ANEXO 4

CORRECCIÓN POR ALUMNOS DE LOS TRES LICEOS

CORRECCION POR ESTUDIANTE DEL LICEO POLITECNICO "EL BOLLENAR"

Preguntas	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	
1ª	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	M	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B
1b	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B
1c	B	B	B	B	B	B	B	B	B	O	B	B	B	O	M	M	O	B	B	M	M	B	B	B	
1d	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	O	B	B	O	O	B	B	B	B	B	B	
2ª	O	B	O	O	O	B	O	O	O	O	O	O	M	O	O	O	O	O	O	O	O	O	B	O	O
2b	O	B	O	O	O	B	O	O	O	O	O	O	M	O	O	O	O	O	O	O	O	O	B	O	O
3ª	M	M	M	O	O	O	M	O	O	M	M	M	M	O	M	M	O	M	M	M	M	M	M	M	O
4ª	B	B	O	B	O	O	B	O	O	O	O	B	M	O	O	O	O	B	B	M	B	B	O	B	
4b	B	B	O	B	O	O	B	O	O	O	O	B	B	O	O	O	O	B	B	B	B	B	O	B	
5ª	B	B	B	B	B	B	B	O	M	O	B	B	M	O	O	M	O	B	B	B	B	B	M	B	
5b	B	B	B	B	B	B	B	O	M	O	B	B	B	O	O	O	O	B	B	M	B	M	B	B	
5c	O	M	M	O	B	B	B	O	M	O	O	O	O	O	O	M	O	M	M	M	M	M	O	M	
6ª	B	B	M	M	O	O	B	O	O	O	O	M	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	
6b	B	B	M	M	O	O	M	O	O	O	O	M	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	
7ª	M	B	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	
7b	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	
7c	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	M	O	O	O	
8ª	B	B	O	O	O	B	B	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	
9ª	O	B	O	O	O	B	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	
10ª	B	B	O	B	B	O	B	O	O	O	O	B	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	
10b	B	B	O	B	B	O	M	O	O	O	O	B	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	
10c	B	B	O	B	B	O	B	O	O	O	O	B	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	
11ª	B	B	O	M	M	M	M	O	O	O	O	M	O	O	O	O	O	O	O	O	M	O	O	O	
11b	B	B	O	B	B	B	B	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	M	O	O	O	
11c	O	B	O	B	M	O	B	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	M	O	O	O	
12ª	M	B	O	O	B	O	B	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	
12b	B	B	O	O	B	O	B	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	
13ª	B	B	O	O	B	O	B	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	M	O	O	O	
13b	B	B	O	O	B	O	B	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	M	O	O	O	
13c	B	B	O	O	B	O	M	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	
13d	B	B	O	O	B	O	B	O	O	M	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	

CORRECCION POR ESTUDIANTE DEL COLEGIO "SAN VALENTÍN"

Preguntas	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26		
1a	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	
1b	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B
1c	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B
1d	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B
2a	0	0	0	0	0	0	0	M	M	M	M	0	0	0	0	M	0	0	0	M	0	0	0	0	M	0	0	
2b	0	0	0	0	0	0	0	M	M	M	M	0	0	0	0	M	0	0	0	M	0	0	0	0	M	0	0	
3a	0	0	0	M	M	M	B	M	B	M	M	M	M	M	M	M	M	M	0	M	M	0	M	M	M	M	M	
4a	0	0	0	0	0	M	0	0	0	0	0	0	0	0	B	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	M	
4b	0	0	0	0	0	M	0	0	0	0	B	0	0	0	B	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	M	
5a	M	B	B	B	B	B	0	B	B	M	B	B	B	B	M	M	M	B	0	B	B	B	B	B	B	B	M	
5b	B	0	B	B	B	B	0	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	0	B	B	B	B	B	B	B	B	
5c	M	0	B	B	M	M	0	B	B	0	M	B	M	M	M	M	M	M	0	M	M	M	M	M	M	M	B	
6a	B	0	0	M	M	B	M	M	0	0	M	0	0	0	0	M	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
6b	B	0	0	M	M	B	M	M	0	0	M	0	0	0	0	M	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
7a	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
7b	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	M	0	0	M	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
7c	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	M	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
8a	B	0	M	B	B	B	B	M	0	M	B	B	B	B	B	0	B	0	0	0	0	0	0	M	0	B	B	
9a	0	0	0	0	0	0	0	M	0	B	M	B	0	0	0	M	0	B	0	0	0	0	0	0	0	M	0	
10a	B	0	0	M	0	M	0	0	B	0	M	0	0	B	0	0	0	0	0	B	0	0	0	0	0	M	0	
10b	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	M	0	0	0	0	0	0	B	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
10c	M	0	0	0	0	M	0	0	0	0	M	0	0	0	0	0	0	B	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
11a	0	0	M	0	M	0	M	M	0	0	0	0	0	0	M	M	0	M	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
11b	B	0	B	0	0	B	0	0	0	0	M	0	0	0	B	M	0	B	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
11c	M	0	0	0	M	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	M	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
12a	B	0	B	B	B	B	M	B	B	M	B	M	M	M	B	M	0	B	0	B	0	0	M	0	0	0	B	
12b	B	0	0	B	B	B	0	B	B	M	B	0	0	0	B	0	0	B	0	B	0	0	0	0	0	0	B	
13a	B	0	B	B	B	M	B	B	B	0	B	B	0	M	B	B	M	B	0	B	0	0	0	0	0	0	B	
13b	B	0	B	0	B	M	B	B	B	0	M	B	0	0	B	B	M	B	0	M	0	0	0	0	0	0	B	
13c	B	0	0	0	0	B	0	M	0	0	B	B	0	0	B	M	M	B	0	M	0	0	0	0	0	0	M	
13d	B	0	B	0	B	B	0	0	0	0	B	B	0	0	B	M	M	B	0	B	0	0	0	0	0	0	M	

CORRECCION POR ESTUDIANTE INSTITUTO SAGRADO CORAZON

Preguntas	ESTUDIANTES																			
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1ª	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B
1b	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B
1c	O	B	B	B	B	B	B	O	B	O	B	B	O	B	B	B	B	B	B	M
1d	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B
2ª	O	B	B	O	M	M	O	M	B	B	B	B	O	M	M	B	M	B	B	M
2b	O	B	M	B	M	M	O	M	B	B	B	B	O	B	B	B	B	B	B	B
3ª	M	B	M	B	B	M	M	B	M	B	M	B	M	B	B	M	B	B	M	B
4ª	M	B	B	B	M	M	O	B	B	B	B	B	M	B	B	B	B	B	M	B
4b	M	B	M	B	B	M	O	B	B	M	B	B	B	B	B	B	M	B	B	B
5ª	B	B	B	B	B	M	M	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B
5b	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B
5c	M	B	M	B	B	M	B	B	B	M	B	B	B	M	B	M	B	B	B	M
6ª	O	B	O	B	B	B	O	M	B	B	B	B	B	M	M	B	B	M	M	B
6b	O	B	B	B	B	B	O	B	B	M	B	B	B	M	M	B	B	M	B	B
7ª	O	M	B	B	B	M	M	M	B	M	M	B	M	B	M	M	M	O	M	M
7b	O	M	M	B	B	M	M	M	B	M	O	B	M	B	B	M	M	B	M	M
7c	O	B	O	B	B	M	B	B	B	B	O	B	B	B	M	M	B	B	B	B
8ª	O	B	B	B	B	B	O	B	B	B	B	B	O	B	B	B	B	B	B	B
9ª	O	B	O	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	O	B	B	B	B
10ª	O	B	B	B	B	O	B	B	B	B	B	B	M	B	B	B	B	B	B	B
10b	O	B	B	B	B	O	O	B	B	B	M	B	B	B	B	M	B	B	B	B
10c	O	B	M	B	B	O	B	O	B	B	B	B	M	B	B	B	M	B	B	B
11ª	O	B	M	M	M	O	M	M	B	M	M	M	M	O	O	M	O	M	M	M
11b	O	B	M	B	B	O	B	B	B	B	M	B	B	B	M	B	B	B	B	M
11c	O	M	M	M	M	O	B	M	B	B	M	B	M	M	M	O	M	M	M	M
12ª	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B
12b	B	B	B	M	B	M	B	B	B	O	B	B	B	B	B	B	B	B	B	M
13ª	B	B	B	B	B	M	B	B	B	B	M	B	B	B	B	B	B	B	B	M
13b	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	M	B	B	B	B	B	B	B	B	B
13c	B	B	B	B	B	O	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B
13d	B	B	B	B	B	O	B	B	B	O	M	B	B	B	B	B	B	B	B	B